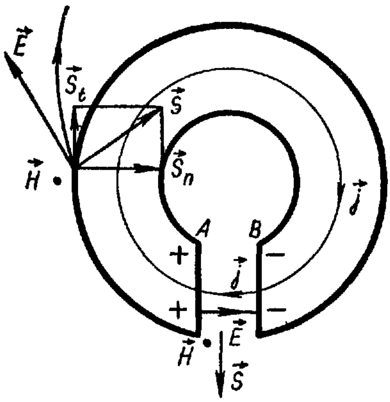

Рис. 68

вектора Умова—Пойнтинга, показанное на рисунке 68. На участке AB (внутри источника) ток идет от B к A, а поле $\vec{E}$ направлено от A к B. Следовательно, вектор Умова—Пойнтинга направлен из источника наружу. У произвольной точки C, лежащей на поверхности проводника, электрический вектор направлен по касательной к силовой линии; магнитный вектор обозначен точкой, т. е. направлен «на нас»; следовательно, вектор Умова—Пойнтинга направлен внутрь проводника. Разлагаем его на две составляющие: нормальную S_n и тангенциальную S_t. Наличие обеих составляющих выражает тот факт, что энергия здесь частично втекает в проводник, частично перемещается дальше вдоль проводника в направлении тока.

Нарисованная здесь общая энергетическая картина существенно отличается от распространенных представлений о механизме передачи электромагнитной энергии вдоль токонесущих проводов. Теория Максвелла, на которой основывается наша картина, приводит к фундаментальному различию между ролью проводников и непроводников в процессе передачи энергии. Неверно считать заряды, являющиеся носителями тока, также и носителями электромагнитной энергии тока. Носителем энергии является поле тока, локализованное как в проводнике, так и в окружающем его пространстве; в проводнике происходит лишь поглощение энергии, т. е. ее превращение в другие виды энергии.

§ 39. ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В § 18 рассматривалась теорема единственности решения основной задачи электростатики. Рассмотрим теперь более общую теорему единственности решения уравнений электродинамики.

Эта теорема устанавливает степень полноты системы уравнений поля, поскольку при неполноте системы возникает опасность неоднозначности решения задач электродинамики; вместе с тем теорема позволяет считать полученное тем или иным способом решение задачи единственным. Теорема единственности базируется на анализе смешанной задачи Коши, когда заданы начальные условия для некоторого момента времени и граничные значения для всего рассматриваемого интервала времени.

Задачу можно сформулировать так: требуется найти напряженности полей $\vec{E}(x, y, z)$ и $\vec{H}(x, y, z)$ в конечном объеме V для промежутка времени от 0 до T, если при $t=0$ эти напряженности в данном объеме заданы, а на границе заданы тангенциальные составляющие либо $E_t(x, y, z)$, либо $H_t(x, y, z)$ для интервала $0 \leqslant t \leqslant T$. Для доказательства однозначности решения при указанных условиях исходим из интегральной формы закона сохранения энергии при отсутствии сторонних ЭДС (38.8):

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\oint_{\sigma} [\vec{E}\vec{H}]_n \, d\sigma - \int_V \frac{j^2}{\gamma} dV, \tag{39.1}$$

где $W = \frac{1}{2}\int_V (\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2)\, dV$ является существенно положительной величиной. Доказательство проведем от противного. Предположим, что имеются два решения задачи $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$ и $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$, а затем покажем, что двух решений быть не может.

Исходя из линейности уравнений поля, можно утверждать, что разности этих решений $\vec{E}' = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$, $\vec{H}' = \vec{H}_1 - \vec{H}_2$ также являются решениями, но с иными начальными условиями $\vec{E}' = 0$, $\vec{H}' = 0$ при $t = 0$ и с граничными условиями $E'_t = 0$, либо $H'_t = 0$ для $0 \leqslant t \leqslant T$.

При подстановке этих условий в уравнение (39.1) в поверхностном интеграле появляется величина

$$[\vec{E}'\vec{H}']_n = \vec{n}[\vec{E}'\vec{H}'],$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор к поверхности, охватывающий объем V. Поскольку циклическая перестановка векторов не изменяет величины смешанного векторного произведения, имеем:

$$\vec{n}[\vec{E}'\vec{H}'] = \vec{E}'[\vec{H}'\vec{n}] = \vec{H}'[\vec{n}\vec{E}']. \tag{39.2}$$

Второе выражение пропорционально E'_t, а третье пропорционально H'_t, откуда на основании граничных условий следует, что $[\vec{E}'\vec{H}'] = 0$. Из выражения (39.1) вытекает, что

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = -\int_V \frac{j^2}{\gamma} dV = 0. \tag{39.3}$$

Вместе с тем поскольку полная энергия W' не может быть отрицательной, а согласно начальным условиям при $t=0$ она равна нулю, то случай $\frac{\partial W}{\partial t} < 0$ невозможен. Другой случай: $\frac{\partial W}{\partial t} > 0$ — исключается условием (39.3). Остается только возможность для произвольного $t \geqslant 0$:

$$W' = \frac{1}{2}\int (\varepsilon\varepsilon_0 E'^2 + \mu\mu_0 H'^2)\, dV = 0.$$

Ввиду положительности подынтегрального выражения во всех точках это возможно лишь при условии $\vec{E}' = \vec{H}' = 0$

Таким образом, теорема об однозначности решения задачи Коши для исходных уравнений доказана.

Теорема однозначности не требует полного знания значений векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ на границе, достаточно задания тангенциальной составляющей одного из векторов — $\vec{E}$ или $\vec{H}$.

§ 40. ИМПУЛЬС ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

Понятие импульса (количества движения) долгое время применялось только к механическим движениям тел и частиц вещества. Затем выяснилось, что импульс присущ и другим формам движения материи. Это позволило сформулировать универсальный закон сохранения импульса, который совместно с законами сохранения энергии, заряда и ряда других величин образует фундамент научного материалистического миропонимания.

Перейдем к рассмотрению импульса электромагнитного поля. Пусть поле действует на объемные заряды, распределенные в пространстве с плотностью ρ, и токи с объемной плотностью j. На заряды и токи единичного объема действует сила [ср. (29.20)]

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + [\vec{j}\vec{B}]. \tag{40.1}$$

Полная сила $\vec{F}$, действующая на заряды и токи в объеме V, выделенном в электромагнитном поле, выразится интегралом

$$\vec{F} = \int\limits_V \vec{f}\,dV = \int\limits_V (\rho\vec{E} + [\vec{j}\vec{B}])\,dV. \tag{40.2}$$

По известной теореме механики сила $\vec{F}$ определяет изменение со временем импульса $G_{мех}$ всего вещества, заключенного в объеме V (учитывая при этом только силы электромагнитного происхождения):

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{G}_{мех}. \tag{40.3}$$

Преобразуем уравнение (40.1), подставив вместо ρ и $\vec{j}$ их выражения из уравнений Максвелла (§ 37):

$$\rho = \operatorname{div}\vec{D},\quad \vec{j} = \operatorname{rot}\vec{H} - \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

В результате получим:

$$\vec{f} = \vec{E}\operatorname{div}\vec{D} + [\operatorname{rot}\vec{H}\cdot\vec{B}] - \left[\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\vec{B}\right]. \tag{40.4}$$