знаки E_p и R_p в этом случае совпадают. Данное явление часто упоминается в оптике как потеря полуволны при отражении. Во втором случае, когда $\varphi_1 < \varphi_2$ (т. е. $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$), фазы падающей и отраженной волн совпадают.

Выведенные выше формулы Френеля позволяют получить формулы для соотношения потоков энергии в падающем, отраженном и преломленном лучах (эти формулы мы выводить не будем).

Гипотеза Максвелла об электромагнитной природе света основывалась на том, что скорость света равна той скорости, с которой распространяются электромагнитные возмущения. После обнаружения Герцем электромагнитных волн метрового диапазона общая природа этих волн и света была доказана экспериментально «Герцевы волны» обладают способностью отражаться, преломляться, поляризоваться; они интерферируют и дифрагируют подобно свету.

Электромагнитная теория света прочно обоснована как с экспериментальной, так и с теоретической стороны. В свою очередь, она стимулировала исследование явлений излучения и поглощения света как элементарных электрических процессов в микроосцилляторах, роль которых играют атомы и молекулы. Электромагнитная теория позволила объяснить большой круг оптических явлений и обосновать ряд соотношений и законов, введенных чисто эмпирическим путем.

§ 47. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Рассмотрим распространение монохроматической электромагнитной волны в неограниченной однородной проводящей среде: $\varepsilon = \mathrm{const}$, $\mu = \mathrm{const}$, $\gamma = \mathrm{const}$ $(\gamma \neq 0)$. Уравнения Максвелла в этом случае запишем следующим образом:

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \gamma\vec{E} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \qquad (47.1)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \qquad (47.2)$$

(В первом уравнении выражаем $\vec{j}$ по закону Ома и полагаем $\vec{E}_{\text{стор}} = 0$.)

Проводя те же рассуждения, как и в случае однородной диэлектрической среды (§ 42), приходим к заключению, что и внутри однородного проводника могут распространяться только поперечные электромагнитные волны. Пусть векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ электромагнитной волны в проводящей среде колеблются с частотой ω, т. е.

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y, z)\,e^{i\omega t}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0(x, y, z)\,e^{i\omega t}.$$

Подставляем эти выражения в уравнения (47.1) и (47.2):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = (\gamma + i\varepsilon\varepsilon_0\omega)\vec{E}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -i\mu\mu_0\omega\vec{H}. \tag{47.3}$$

Для идеального диэлектрика ($\gamma = 0$) запись первого уравнения будет иной:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = i\varepsilon\varepsilon_0\omega\vec{E}. \tag{47.4}$$

Небольшим преобразованием можно привести первое уравнение (47.3) к виду, сходному с уравнением (47.4). Перепишем первое уравнение (47.3):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = i\omega\left(\varepsilon\varepsilon_0 + \frac{\gamma}{i\omega}\right)\vec{E}$$

и введем обозначение:

$$\varepsilon_\omega\varepsilon_0 = \varepsilon\varepsilon_0 + \frac{\gamma}{i\omega} = \varepsilon\varepsilon_0 - i\frac{\gamma}{\omega}, \tag{47.5}$$

откуда получаем:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= i\omega\varepsilon_\omega\varepsilon_0\vec{E}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i\omega\mu\mu_0\vec{H}. \end{aligned} \tag{47.6}$$

Полученная система (47.6) сходна с системой уравнений для идеального диэлектрика, однако здесь вместо проницаемости $\varepsilon\varepsilon_0$ (вещественного числа) появляется комплексная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_\omega\varepsilon_0$: ее мнимая часть зависит от электропроводности и частоты.

Последующие вычисления по форме совпадают с вычислениями, приведенными при рассмотрении плоских волн в диэлектриках, следует лишь повсюду вместо ε подставить ε_ω. Так, действительное волновое число $k = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ заменяется комплексной величиной k_ω, квадрат которой равен:

$$k_\omega^2 = \omega^2\varepsilon_\omega\varepsilon_0\mu\mu_0 = \omega^2\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 - i\omega\gamma\mu\mu_0. \tag{47.7}$$

Представим k_ω в виде комплексного числа:

$$k_\omega = k - is, \tag{47.8}$$

в силу чего можно равенство (47.7) переписать так:

$$\omega^2\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 - i\omega\gamma\mu\mu_0 = k^2 - 2iks - s^2.$$

Приравнивая действительные и мнимые части, получаем:

$$\begin{aligned} k^2 - s^2 &= \omega^2\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0, \\ 2ks &= \omega\gamma\mu\mu_0. \end{aligned} \tag{47.9}$$

По аналогии с выражениями для плоской волны в диэлектрике

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kx)},$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

запишем для плоской волны в проводящей среде, используя уравнение (47.8):

$$\left.\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 e^{i(\omega t - k_\omega x)} = \vec{E}_0 e^{-sx} e^{i(\omega t - kx)},\\ \vec{H} &= \vec{H}_0 e^{i(\omega t - k_\omega x)} = \vec{H}_0 e^{-sx} e^{i(\omega t - kx)}.\end{aligned}\right| \qquad (47.10)$$

Таким образом, комплексность волнового числа k_ω означает наличие поглощения: амплитуда волны экспоненциально убывает по мере ее распространения. При $\gamma = 0$ мнимая часть обращается в нуль (затухания нет).

На длине $x = \delta = \frac{1}{s}$ амплитуда волны затухает в e раз. Величину δ называют глубиной проникновения волны в проводящую среду. Ее можно найти, решая уравнения (47.8) и (47.9) относительно k и s:

$$\left.\begin{aligned}k^2 &= \frac{\omega^2 \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}{2}\left\{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0\omega}\right)^2} + 1\right\},\\ s^2 &= \frac{\omega^2 \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}{2}\left\{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0\omega}\right)^2} - 1\right\}.\end{aligned}\right| \qquad (47.11)$$

В металлах значение электропроводности $\gamma \approx 10^7$ Ом$^{-1}$м$^{-1}$, относительная диэлектрическая проницаемость металлов неизвестна, но она не может составлять больше нескольких единиц; для видимого света ($\omega \approx 5 \cdot 10^{15} c^{-1}$)

$$\frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0\omega} \approx \frac{10^7}{10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{15}} \approx 200 \gg 1.$$

При меньших частотах (например, в диапазоне радиоволн) это неравенство усиливается. Следовательно, в формулах (47.11) можно всегда пренебречь единицей по сравнению с $\frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0\omega}$. Таким образом, с достаточной степенью точности $k^2 = s^2 = \frac{\omega\gamma\mu\mu_0}{2}$.

Следовательно, глубина проникновения δ равна:

$$\delta = \frac{1}{s} = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu\mu_0}}. \qquad (47.12)$$

Рассмотрим в качестве примера медь, для которой $\gamma \approx 5 \cdot 10^7$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$ и $\mu = 1$; глубина проникновения видимого света ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м, $\omega \approx 5 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$) равна:

$$\delta \approx \sqrt{\frac{2}{5 \cdot 10^{15} \cdot 5 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6}}} \approx 10^{-8}\ \text{м}.$$

Таким образом, глубина проникновения существенно меньше длины волны и никакой пространственной периодичности поля волны в металлах нет. Строго говоря, из-за быстрого затухания не имеет смысла говорить о распространении электромагнитных волн в проводящей среде. Этот вывод остается справедливым и для больших длин волн, так как с ростом λ глубина проникновения увеличивается как корень квадратный из длины волны (т. е. медленнее, чем λ).

Быстрое затухание электромагнитных волн в проводящей среде объясняется превращением электромагнитной энергии в джоулеву теплоту. Механизм этого преобразования таков: электрическое поле волны вызывает токи проводимости, энергия которых выделяется в среде в виде теплоты.

Частный случай рассмотренного выше явления — неоднородное распределение переменного тока по сечению проводника — называют скин-эффектом.

Плотность постоянного тока в однородном проводнике одинакова по всему сечению проводника. В случае переменного тока плотность тока оказывается неодинаковой в разных точках сечения; она наибольшая у поверхности и наименьшая на оси проводника. При высоких частотах основная часть тока сосредоточена в тонком поверхностном слое, отчего явление и получило название поверхностного, или скин-эффекта (от английского skin — кожа, поверхностный слой). Скин-эффект влечет за собой изменение эффективного сопротивления и индуктивности проводника.

Таким образом, проблема скин-эффекта сводится к уже решенной задаче: по мере проникновения в проводник амплитуда вектора $\vec{E}$ волнового поля убывает по экспоненциальному закону: $\vec{E}_{0x}=\vec{E}_0 e^{-sx}$, где $\vec{E}_0$ — значение вектора напряженности поля на поверхности проводника, $\vec{E}_{0x}$ — значение на глубине x.

Соответственно с глубиной проникновения по экспоненциальному закону убывает и амплитудное значение плотности тока: $\vec{j}_{0x}=\vec{j}_0 e^{-sx}$, где $\vec{j}_0$ — амплитудное значение плотности тока на поверхности проводника, $\vec{j}_{0x}$ — значение на глубине x. Глубина проникновения при скин-эффекте выражается формулой (47.12) при условии, что проводник занимает полупространство $x>0$. При цилиндрической форме проводника математические вычисления усложняются. Особенно сложным является исследование скин-эффекта в железных проводах в связи с непостоянством μ и гистерезисом.

В заключение отметим еще одну особенность электромагнитной волны в проводящей среде: векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$, оставаясь перпендикулярными друг другу, обладают различными фазами. Действительно, заменив в соотношении (43.9) ε на ε_ω, получаем:

$$H=\sqrt{\frac{\varepsilon_\omega \varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\,E.$$

Поскольку множитель перед E комплексен, то фаза вектора $\vec{H}$ отлична от фазы $\vec{E}$.

Упражнения

36. Солнечные лучи при перпендикулярном падении ежеминутно приносят на 1 $см^2$ земной поверхности энергию $S \approx 2$ кал/($см^2$ мин) $\approx 1{,}4 \cdot 10^3$ Вт/$м^2$ (Солнечная постоянная). Вычислите средние квадратичные значения векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в солнечных лучах.

Указание. Солнечная постоянная имеет тот же физический смысл, что и модуль вектора Умова—Пойнтинга $\vec{S}$ при его усреднении за 1 с, если под E и H понимать их эффективные значения; для воздуха примите $\varepsilon = \mu = 1$, откуда $S = EH = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E^2$.

37. Чтобы убедиться в целесообразности выбора электрического вектора волны в качестве светового вектора, сравните силы f_E и f_H, действующие на электрон со стороны электрического и магнитного полей световой волны обычной (на поверхности Земли) частоты и интенсивности. Примите $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц, значения амплитуд $E_0 = 750$ В/м и $H_0 = 2$ А/м. (Обоснованием этих данных служит предыдущее упражнение.)

Указание. Силу f_E следует определить как произведение заряда электрона на среднее поле $\frac{2E_0}{\pi}$ (за половину периода).

Магнитное поле, как известно, действует только на движущиеся заряды; в нашем случае оно действует на электрон, «разогнанный» электрическим полем. Скорость электрона, приобретаемая им за половину периода, приближенно оцените как скорость равноускоренного движения под действием среднего электрического поля: $v_{ср} = a_{ср} \frac{T}{2} = \frac{f_E}{m} \cdot \frac{1}{2\nu} = \frac{2eE_0}{2\pi m\nu}$. Сила f_H, действующая на движущийся электрон со стороны среднего магнитного поля $\frac{2H_0}{\pi}$, выражается формулой Лоренца $f_H = \frac{2ev_{ср}\mu_0 H_0}{\pi}$.

38. Экспериментально определено, что значения показателя преломления сероуглерода при разных длинах волн λ равны:

$$\lambda_1 = 5270\ \text{Å}, \quad n_1 = 1{,}642,$$
$$\lambda_2 = 5890\ \text{Å}, \quad n_2 = 1{,}629,$$
$$\lambda_3 = 6560\ \text{Å}, \quad n_3 = 1{,}620.$$

Найдите отношение фазовой и групповой скоростей $\frac{v}{u}$ электромагнитных волн в сероуглероде.

Указание. Сначала определите фазовые скорости данных волн, затем найдите среднюю величину дисперсии $\frac{\Delta v}{\Delta \lambda}$ в заданном интервале длин волн. Групповую скорость определяют по формуле Рэлея (45.4).