[ср. § 19, ф-ла (19.8)]. Второй член слева равен $\int\limits_V \vec{j}(\vec{r}', \tau)\,dV'$, что можно легко проверить выполнением операции дифференцирования. Таким образом мы получаем важную формулу:

$$\int\limits_V \vec{j}(\vec{r}', \tau)\,dV' = \dot{\vec{P}}(\tau), \tag{49.7}$$

которая позволяет переписать выражение (49.4) в удобной форме:

$$\vec{A}(\vec{R}_0, t) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R_0}\dot{\vec{P}}(\tau) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R}\dot{\vec{P}}(\tau). \tag{49.8}$$

В формуле (49.8) в последнем члене равенства вместо R_0 написано R, где R — расстояние от произвольной точки внутри объема V. Дело в том, что для нейтральной системы зарядов величина ее дипольного момента не зависит от выбора начала отсчета.

§ 50. ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОТОКА ЭНЕРГИИ В ПРЕДЕЛАХ МАЛОГО ТЕЛЕСНОГО УГЛА ВОЛНОВОЙ ЗОНЫ

Перейдем к рассмотрению векторного потенциала в волновой зоне. В плоской волне интересующий нас вектор Умова — Пойнтинга определяется через напряженность магнитного поля следующим образом [см. формулы (43.5) — (43.9)]:

$$\vec{S} = v(\mu\mu_0 H^2)\vec{m}, \tag{50.1}$$

поэтому для решения задачи достаточно найти значение индукции $\vec{B}$ по формуле

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}.$$

Используем выражение (49.8) и полагаем величину $\frac{1}{R}$, входящую в амплитуду, постоянной величиной; это означает, что мы ограничиваемся малым перемещением в направлении распространения волны. Находим:

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R}\operatorname{rot}\dot{\vec{P}}\left(t - \frac{R}{v}\right) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R}\left[\operatorname{grad}\left(t - \frac{R}{v}\right)\ddot{\vec{P}}\right] = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R v}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}], \tag{50.2}$$

где $\vec{m} = \frac{\vec{R}}{R}$. В третьем звене наших равенств мы провели дифференцирование функции от функции *. Из выражения (50.2) вытекает:

$$\vec{H} = -\frac{1}{4\pi r v}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]. \tag{50.3}$$

* См. «Дополнения», 2.

В последней формуле мы перешли к привычному обозначению расстояния от точки наблюдения до начала координат через r, поскольку никакие другие расстояния в эту формулу не входят.

Если подставить формулу (50.3) в выражение (50.1), то $\left(\text{с учетом равенства } v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\right)$ получим выражение для вектора Умова—Пойнтинга в применении к небольшому участку сферической волны в волновой зоне:

$$\vec{S}=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2\frac{1}{r^2}\vec{m}. \tag{50.4}$$

Вычислим теперь поток энергии $d\Sigma$ через тот участок сферической поверхности $d\sigma$ в волновой зоне, в пределах которого мы считаем волну плоской. Этому участку соответствует телесный угол $d\Omega=\frac{d\sigma}{r^2}$. В случае сферы $\vec{m}=\frac{\vec{r}}{r}$ и поэтому элементарный поток вычисляется так:

$$d\Sigma=Sd\sigma=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2\frac{d\sigma}{r^2}=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2 d\Omega. \tag{50.5}$$

Выражение (50.5) тем точнее, чем меньше величина выбранного телесного угла. Из этого выражения видно, что поток энергии, излучаемый системой зарядов и токов в заданном телесном угле, всюду один и тот же (не зависит от r). Полученные результаты будут более наглядными, если рассмотреть конкретную систему излучающих зарядов и токов.

§ 51. ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР И ЕГО ИЗЛУЧЕНИЕ

Обсудим прежде всего физический смысл утверждения: «система излучает электромагнитную энергию». Возникновение электромагнитной волны в той или иной области пространства явно недостаточно для того, чтобы говорить об излучении. Допустим, что в рассматриваемой области появился электрический заряд (лучше говорить о возникновении диполя, поскольку в силу закона сохранения заряда заряд одного знака «просто так» появиться не может). Из области, где появился диполь, распространяется электромагнитное поле со скоростью $\vec{v}$ в соответствии с уравнениями Максвелла. Однако это поле неразрывно связано с зарядами. Если заряды прекращают свое существование (например, момент диполя обращается в нуль), то «исчезают» (с некоторым запозданием) как поле зарядов, так и запасенная в нем энергия—она поглощается зарядами при их нейтрализации.

Под излучением следует понимать такой процесс, при котором электромагнитные волны навсегда уносят энергию из системы. Убедиться в том, что энергия покидает систему, можно следующим образом. Вычислим поток энергии через некоторую