В последней формуле мы перешли к привычному обозначению расстояния от точки наблюдения до начала координат через r, поскольку никакие другие расстояния в эту формулу не входят.

Если подставить формулу (50.3) в выражение (50.1), то $\left(\text{с учетом равенства } v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\right)$ получим выражение для вектора Умова—Пойнтинга в применении к небольшому участку сферической волны в волновой зоне:

$$\vec{S}=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2\frac{1}{r^2}\vec{m}. \tag{50.4}$$

Вычислим теперь поток энергии $d\Sigma$ через тот участок сферической поверхности $d\sigma$ в волновой зоне, в пределах которого мы считаем волну плоской. Этому участку соответствует телесный угол $d\Omega=\frac{d\sigma}{r^2}$. В случае сферы $\vec{m}=\frac{\vec{r}}{r}$ и поэтому элементарный поток вычисляется так:

$$d\Sigma=Sd\sigma=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2\frac{d\sigma}{r^2}=\frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2 d\Omega. \tag{50.5}$$

Выражение (50.5) тем точнее, чем меньше величина выбранного телесного угла. Из этого выражения видно, что поток энергии, излучаемый системой зарядов и токов в заданном телесном угле, всюду один и тот же (не зависит от r). Полученные результаты будут более наглядными, если рассмотреть конкретную систему излучающих зарядов и токов.

§ 51. ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР И ЕГО ИЗЛУЧЕНИЕ

Обсудим прежде всего физический смысл утверждения: «система излучает электромагнитную энергию». Возникновение электромагнитной волны в той или иной области пространства явно недостаточно для того, чтобы говорить об излучении. Допустим, что в рассматриваемой области появился электрический заряд (лучше говорить о возникновении диполя, поскольку в силу закона сохранения заряда заряд одного знака «просто так» появиться не может). Из области, где появился диполь, распространяется электромагнитное поле со скоростью $\vec{v}$ в соответствии с уравнениями Максвелла. Однако это поле неразрывно связано с зарядами. Если заряды прекращают свое существование (например, момент диполя обращается в нуль), то «исчезают» (с некоторым запозданием) как поле зарядов, так и запасенная в нем энергия—она поглощается зарядами при их нейтрализации.

Под излучением следует понимать такой процесс, при котором электромагнитные волны навсегда уносят энергию из системы. Убедиться в том, что энергия покидает систему, можно следующим образом. Вычислим поток энергии через некоторую сферу, охватывающую нашу систему с зарядами. Если обнаруживается, что поток энергии при отсутствии поглощения средой не зависит от радиуса сферы, то это означает, что энергия удаляется от системы все дальше и дальше, т. е. покидает ее окончательно и бесповоротно. В таком случае уже можно говорить об излучении системой энергии.

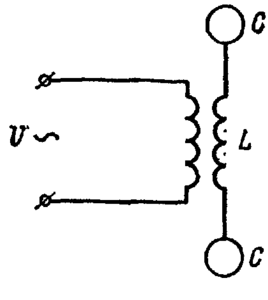

Рис. 75

Естественно, что поток излучаемой энергии определяется при помощи вектора Умова—Пойнтинга. Воспользуемся им для вычисления энергии излучения одной из простейших излучающих систем—диполя с гармонически изменяющимся моментом $\vec{P}$, так называемого гармонического осциллятора.

Как известно, первый генератор электромагиитных волн был построен Герцем и получил название вибратора (а также осциллятора или переменного диполя) Герца. Вследствие ряда особенностей его возбуждения в нем происходят быстро затухающие электрические колебания, в связи с чем излучаемые им электромагнитные волны имеют вид следующих друг за другом импульсов (цугов) (см. § 44).

Средства современной радиотехники позволяют реализовать гармонический осциллятор, в котором поддерживаются незатухающие колебания. Простейший осциллятор состоит из двух металлических шаров значительной емкости C, соединенных проводником—катушкой с большой индуктивностью L (рис. 75). Катушка индуктивно связана с цепью переменного тока высокой частоты (питаемой, например, от лампового генератора U). В такой системе индуцируется переменный дипольный момент с гармонической зависимостью от времени:

$$\vec{P}(t)=\vec{p}(t)=q(t)\vec{l}=q_0\vec{l}\cos\omega t=\vec{p}_0\cos\omega t, \qquad (51.1)$$

где $\vec{P}$—дипольный момент системы, который в нашем случае равен моменту диполя $\vec{p}$, q—заряд диполя, имеющего длину l, $\vec{p}_0$—максимальный (амплитудный) момент диполя, ω—циклическая частота электрических колебаний диполя.

Для вычисления потока излучаемой электромагнитной энергии по формуле (50.5) воспользуемся сферической системой координат, направив полярную ось z по направлению $\vec{p}_0$. Поскольку $\vec{m}$—единичный вектор, направленный в точку наблюдения, то $\angle(\vec{m}, \vec{P})=\angle\theta$, откуда

$$[\vec{m}\ddot{\vec{P}}]^2=\ddot{P}^2\sin^2\theta, \quad d\Omega=\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

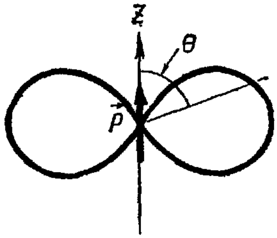

Рис. 76

и (50.5) переписывается так:

$$d\Sigma = \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}\ddot{p}^2\sin^2\theta\, d\Omega = \\ = \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}\ddot{p}^2\sin^3\theta\, d\theta\, d\varphi. \qquad (51.2)$$

Выражение (51.2) определяет интенсивность излучения (количество излучаемой энергии в единицу времени) в телесный угол $d\Omega$. Из формулы видно, что энергия, излучаемая в заданный телесный угол $d\Omega$, зависит от его ориентации относительно полярной оси z, т. е. от угла θ, который составляет ось угла $d\Omega$ с направлением дипольного момента. Эта зависимость выражается множителем $\sin^2\theta$. Она определяет диаграмму направленности излучения осциллятора, изображенную на рисунке 76, для направлений, лежащих в одной (произвольной) меридиональной плоскости. По радиусам, вдоль которых направлен вектор Умова—Пойнтинга $\vec{S}$, откладывается мощность излучения в одинаковые по величине телесные углы $d\Omega$, т. е., по существу, по радиусам отложены в определенном масштабе значения $\sin^2\theta$. Максимум излучения осциллятора приходится на экваториальную плоскость $\theta = \frac{\pi}{2}$, в направлении дипольного момента излучения нет: $\theta = 0$.

Полную мощность излучения получим, интегрируя выражение (51.2) по всем телесным углам:

$$\Sigma = \oint d\Sigma = \int\limits_{\theta=0}^{\pi}\int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{16\pi^2}\ddot{p}^2\sin^3\theta\, d\theta d\varphi = \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{6\pi}\ddot{p}^2, \quad (51.3)$$

где учтено, что интеграл от $\sin^3\theta$ в интервале от 0 до π равен $\frac{4}{3}$.

Для периодических процессов обычно определяют среднюю за период мощность излучения. Поскольку $\ddot{p}^2 = p_0^2\omega^4\cos^2\omega t$, а среднее за период от $\cos^2\omega t$ равно $\frac{1}{2}$, то средняя мощность излучения осциллятора равна:

$$\overline{\Sigma} = \frac{1}{T}\int\limits_0^T \Sigma\, dt = \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{12\pi}p_0^2\omega^4. \qquad (51.4)$$

Иногда вводят в эту формулу длину электромагнитной волны, исходя из известного соотношения $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$:

$$\overline{\Sigma} = \frac{\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}\,p_0^2}{12\pi}\frac{(2\pi c)^4}{\lambda^4} = \frac{4\mu\mu_0\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}\,\pi^3 c^4 p_0^2}{3\lambda^4}. \qquad (51.5)$$

Для средней мощности излучения в вакууме формулу (51.5) переписывают так:

$$\overline{\Sigma}=\frac{4c\pi^3p_0^2}{3\varepsilon_0\lambda^4}=\frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4p_0^2}{c^3} \qquad (51.6)$$

$\left(\text{где } c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\right)$.

Наиболее важным результатом этих выкладок является установление самого факта излучения, а также постоянства полной интенсивности излучения в неограниченной непоглощающей среде для сферы любого радиуса в волновой зоне.

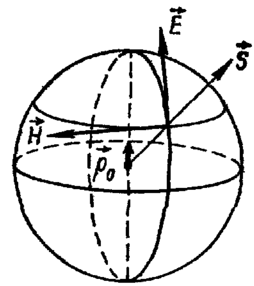

Рис. 77

Выше в упрощенной форме дано решение замечательной «задачи Герца»: вычисление мощности излучения гармонического осциллятора в неограниченной диэлектрической среде. Правда, в задачу Герца входит также нахождение векторов поля излучаемой волны. Из численного значения и направления вектора Умова—Пойнтинга можно установить их значения в сферической системе координат с началом в центре диполя. Электрический вектор в волновой зоне имеет только составляющую по координатной линии θ, иными словами, электрические силовые линии совпадают с меридианами (рис. 77). Магнитный вектор имеет только составляющую по координатной линии φ, т. е. магнитные силовые линии совпадают с параллелями. Без вывода приводим эти значения:

$$\left.\begin{aligned}
&E_r=E_\varphi=H_r=H_\theta=0,\\
&E=E_\theta=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^2}{c^2}\sin\theta\,\frac{p_0\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r},\\
&H=H_\varphi=-\frac{1}{4\pi}\frac{\omega^2}{c}\sin\theta\,\frac{p_0\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}.
\end{aligned}\right| \qquad (51.7)$$

Как видно из (51.7), напряженности поля убывают в волне пропорционально первой степени расстояния. Напомним, что электрическое поле статического диполя убывает пропорционально третьей степени расстояния, а магнитное поле стационарного тока, текущего в конечном отрезке провода, убывает пропорционально квадрату расстояния.

Медленное убывание векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ волнового поля по сравнению с векторами стационарных полей обусловлено тем, что в первом случае происходит излучение энергии. В более слабой зависимости векторов волнового поля от r заключается принципиальное обоснование возможности передачи электромагнитных сигналов на большие расстояния.

Для макроскопических систем, к которым относятся формулы (51.4)—(51.6), мы получили полезные выводы: интенсивность излучения пропорциональна квадрату дипольного момента, который, как видно из формулы (51.1), пропорционален длине диполя. Это обстоятельство качественно объясняет применение длинных антенн у передающих радиосистем. Излучение пропорционально ω^4 или обратно пропорционально λ^4; отсюда вытекает, что для надежной радиосвязи нужно пользоваться сравнительно короткими волнами.

Однако на коротких волнах (особенно в дециметровом, сантиметровом и миллиметровом диапазонах) рассмотренным методом не удается генерировать излучение большой мощности, что вытекает из тех же формул: вследствие малой длины диполя в этих диапазонах невозможно довести значение момента p_0 до большой величины.

Первые шаги по практическому использованию электромагнитных волн для целей передачи сигналов на расстояние без проводов связаны с именем А. С. Попова (1859—1905) — изобретателя радио.