Как известно, в феноменологической теории появление связанных зарядов, токов поляризации и намагничивания учитывается введением относительных проницаемостей ε и μ.

В следующих параграфах будет показано, что при сопоставлении уравнений Максвелла с уравнениями электронной теории выявляется физическая природа ряда величин, которыми оперирует феноменологическая электродинамика. Выражение проницаемостей ε и μ через микрофизические параметры дается в § 57, 60—61; для удельной электропроводности это выполняется в курсе электронной теории вещества.

§ 55. УСРЕДНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛОРЕНЦА В МАГНЕТИКАХ. СВЯЗЬ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ $\vec{H}$, $\vec{B}$ И $\vec{J}$

В § 13 был дан вывод равенств $\operatorname{div}\vec{P} = -\rho_{\text{связ}}$ и $P_n = \sigma_{\text{связ}}$. Нам предстоит выполнить аналогичную операцию для магнитного поля: найти связь между вектором намагниченности $\vec{J}$ и усредненными (макроскопическими) плотностями молекулярных токов, обусловливающих намагничивание.

Рассмотрим внутри магнетика плоский контур L, охватывающий площадку S. Как видно из рисунка 78, молекулярные токи могут двумя способами пересекать площадку S: токи *1* проходят через S два раза в противоположных направлениях и вклада в результирующий ток не дают. Токи *2* по одному разу пересекают площадку S; поэтому результирующий молекулярный ток образуется алгебраической суммой токов *2*. Считаем токи, пересекающие S в направлении нормали $\vec{n}$ положительными, а противоположно направленные—отрицательными.

В целях упрощения можно полагать все молекулярные токи одинаковыми и равными $i_{\text{м}}$ («микро»): площади охватываемых ими кругов также считаем одинаковыми и равными S_0. Очевидно, произведение $i_{\text{м}}S_0\vec{n}'$ (рис. 79) представляет собой магнитный момент элементарного молекулярного тока $\vec{p}_m$. Пусть в единице объема магнетика содержится N центров молекулярных токов. Обозначим через α угол между нормалью $\vec{n}'$ к плоскости молекулярного тока и направлением элемента $d\vec{l}$ контура L. Построим вокруг элемента длины dl как оси элементарный цилиндр с

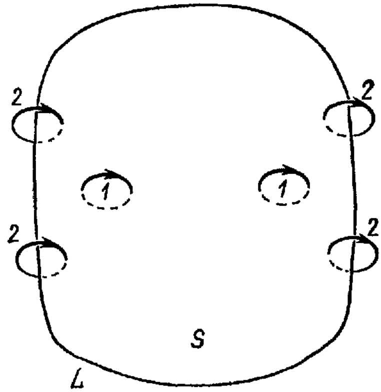

Рис. 78

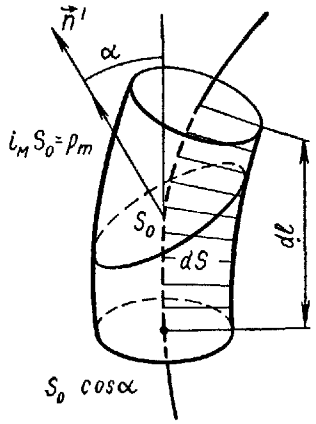

Рис. 79

площадью основания $S_0 \cos\alpha$. Число центров молекулярных токов внутри выделенного цилиндра равно: $N\,dl\,S_0 \cos\alpha$. Отметим, что в намагниченном состоянии угол $\alpha = \angle(\vec{n}', \vec{dl})$ у расположенных «цепочкой» молекулярных токов в пределах элементарного цилиндра практически одинаков. Молекулярные токи, центры которых лежат внутри этого цилиндра, пересекают заштрихованную площадку dS (элемента S) только один раз; в силу этого с элементом длины dl контура L связано $N\,dl\,S_0 \cos\alpha$ элементарных токов, которые создают молекулярный ток $i_м N S_0 \cos\alpha\, dl$. Соответственно, весь молекулярный ток через S равен:

$$I_{мол} = \oint_L i_м N S_0 \cos\alpha\, dl. \tag{55.1}$$

Выразим $S_0 \cos\alpha\, dl$ в виде скалярного произведения двух векторов:

$$S_0 \cos\alpha\, dl = \vec{S}_0 \vec{dl},$$

где S_0 — модуль вектора $\vec{S}_0$, направление которого связано с направлением молекулярного тока правилом правого винта. Выражение (55.1) можно переписать так:

$$I_{мол} = \oint_L i_м N (\vec{S}_0 \vec{dl}).$$

Вводя магнитный момент элементарного молекулярного тока $\vec{p}_m = i_м \vec{S}_0$, получаем:

$$I_{мол} = \oint_L N (\vec{p}_m \vec{dl}). \tag{55.2}$$

Произведение $N\vec{p}_m$ представляет собой по определению вектор намагниченности $\vec{J} = N\vec{p}_m$, откуда

$$I_{мол} = \oint_L \vec{J}\,\vec{dl}. \tag{55.3}$$

Выражениями (55.1,2,3) выполнен переход от микрофизической величины (молекулярных токов) к макрофизической величине $I_{мол}$ (усредненной).

Применим теорему Стокса:

$$I_{мол} = \int_S \mathrm{rot}_n \vec{J}\, dS, \tag{55.4}$$

где интегрирование проводится по всей поверхности S, ограниченной контуром L.

С другой стороны, из определения плотности тока вытекает:

$$I_{\text{мол}} = \int\limits_S j_{n,\,\text{мол}}\, dS, \tag{55.5}$$

где $j_{n,\,\text{мол}}$ — нормальная составляющая объемной макроскопической плотности молекулярных токов. Приравнивая формулы (55.4) и (55.5), имеем:

$$\int\limits_S j_{n,\,\text{мол}}\, dS = \int\limits_S \operatorname{rot}_n \vec{J}\, dS.$$

В связи с произвольностью выбора поверхности S подынтегральные выражения равны; при этом равны не только нормальные составляющие векторов, но и сами векторы

$$\vec{j}_{\text{мол}} = \operatorname{rot} \vec{J}. \tag{55.6}$$

При равномерном намагничивании ($\vec{J} = \text{const}$ во всех точках магнетика) $\vec{j}_{\text{мол}} = \operatorname{rot} \vec{J} = 0$; таким образом, усредненная плотность молекулярных токов при однородной намагниченности равна нулю. Это можно наглядно представить следующим образом. Выделим в магнетике (ср. рис. 28) физически бесконечно малый объем в виде куба. При $\vec{J} = \text{const}$ противоположные грани пронизываются одинаковым числом молекулярных токов. При этом части контуров токов, «пересеченных» двумя противоположными гранями куба, в среднем дополняют друг друга до замкнутых контуров, геометрическая сумма которых равна нулю. При неоднородной намагниченности молекулярные токи, пересеченные противоположными гранями, уже не дополняют друг друга полностью: $\vec{j}_{\text{мол}} \neq 0$. Естественно, что геометрическая сумма молекулярных токов, лежащих целиком внутри куба, равна нулю.

Таким образом, усреднением (54.5) микроскопических токов получаем окончательное выражение для макроскопической плотности тока:

$$\langle \rho_{\text{м}} \vec{v} \rangle = \langle \vec{j}_{\text{м}} \rangle = \vec{j} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \operatorname{rot} \vec{J}. \tag{55.7}$$

Сумма поляризационного тока $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ и «чистого» тока смещения $\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_0 \vec{E}$, входящая в первое уравнение Максвелла — Лоренца (54.4), представляет собой плотность тока смещения $\vec{j}_{\text{смещ}}$:

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{смещ}}.$$

Следовательно, можно выразить первое уравнение Максвелла — Лоренца иначе, вводя в его правую часть только плотности токов:

$$\operatorname{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}} + \vec{j}_{\text{мол}}.$$

Первые два слагаемых справа определяют $\operatorname{rot} \vec{H}$:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}},$$

в силу чего

$$\operatorname{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \operatorname{rot} \vec{H} + \operatorname{rot} \vec{J},$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}. \tag{55.8}$$

В неферромагнитных средах соблюдается прямая пропорциональность:

$$\vec{J} = \varkappa \vec{H}, \tag{55.9}$$

где $\varkappa$ — магнитная восприимчивость; в силу этого выражение (55.8) можно переписать так:

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \varkappa \vec{H} = (1 + \varkappa)\, \vec{H} = \mu \vec{H},$$

где $1 + \varkappa = \mu$ — магнитная проницаемость. Уравнение связи векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

входит, как известно, в систему основных уравнений электромагнитного поля.

В ферромагнетиках пропорциональность $\vec{J}$ и $\vec{H}$ нарушается, иначе говоря, коэффициенты $\varkappa$ и μ не являются постоянными величинами, а сложным образом зависят от величины и частоты намагничивающего поля.

Рассмотрим еще связь между поверхностной плотностью молекулярных токов $\vec{i}_{\text{мол}}$ и вектором намагниченности $\vec{J}$. Берем дивергенцию от обеих частей равенства (55.8):

$$\operatorname{div} \vec{B} = \mu_0 \operatorname{div} \vec{H} + \mu_0 \operatorname{div} \vec{J},$$

откуда вытекает:

$$\operatorname{div} \vec{H} = -\operatorname{div} \vec{J}. \tag{55.10}$$

Таким образом, источниками вектора напряженности являются области неоднородной намагниченности, например полюсы магнита.

Рассмотрим соотношенне между поверхностной плотностью молекулярных токов $\vec{i}_{\text{мол}}$ и вектором намагниченности $\vec{J}$. Предельный переход от объемной плотности молекулярных токов $\vec{j}_{\text{мол}}$ к поверхностной плотности $\vec{i}_{\text{мол}}$ осуществляется аналогично этому переходу для соответствующих плотностей ($\vec{j}$ и $\vec{i}$) тока проводимости. На рисунке 80 изображен тонкий проводящий слой толщиной dh и рассматривается ток через элемент сечения $dS=dt\cdot dh$. Введем обозначения: $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к слою, направленный из первой среды во вторую; t и N — взаимно перпендикулярные единичные векторы, касательные к поверхности слоя. Для составляющих плотностей тока вводим обозначения i_t и i_N, чтобы сохранить за вектором $\vec{n}$ значение нормали к поверхности слоя. При бесконечном «сжатии» слоя ($dh \longrightarrow 0$) и постоянстве dt имеем [ср. § 30]:

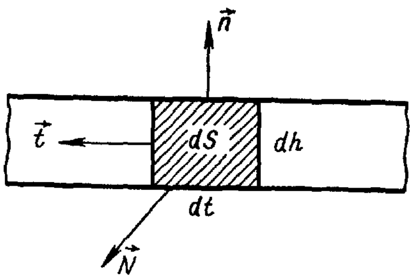

Рис. 80

$$\lim j_n dS = \lim j_n dt\, dh = i_N dt. \qquad (55.11)$$

Как было показано при выводе граничных условий (30.6), для тангенциальных составляющих вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ имеет место соотношение

$$H_{2t} - H_{1t} = i_N.$$

Из рисунка 80 видно, что векторы $\vec{t}$, $\vec{N}$, $\vec{n}$ образуют правовинтовую тройку: $\vec{t}=[\vec{N}\vec{n}]$. Следовательно,

$$H_t = \vec{H}\vec{t} = \vec{H}[\vec{N}\vec{n}] = \vec{N}[\vec{n}\vec{H}], \quad i_N = \vec{N}\vec{i},$$

откуда

$$\vec{N}\vec{i} = \vec{N}[\vec{n}(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)].$$

Таким образом, связь между $\vec{H}$ и поверхностной плотностью $\vec{i}$ имеет вид:

$$\vec{i} = [\vec{n}\vec{H}_2] - [\vec{n}\vec{H}_1],$$

а связь между $\vec{H}$ и объемной плотностью тока $\vec{j}$ выражена первым уравнением Максвелла:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}.$$

Обобщаем: если два произвольных вектора $\vec{a}$ и $\vec{j}$ связаны соотношением $\operatorname{rot}\vec{a}=\vec{j}$, то на поверхности разрыва этих векторов связывающее их соотношение принимает вид:

$$[\vec{n}\,(\vec{a}_2-\vec{a}_1]=\vec{i},$$

где $\vec{i}$ получаем из выражения (55.11). В случае молекулярных токов, обусловливающих намагничивание, мы получили соотношение (55.6).

Согласно вышеизложенному для поверхностной плотности молекулярных токов получим:

$$\vec{i}_{\text{мол}}=[\vec{n}\,(\vec{J}_2-\vec{J}_1)], \tag{55.12}$$

где индекс *1* относится к исследуемому магнетику, *2*—к окружающей его среде, $\vec{n}$—единичный вектор внешней нормали к поверхности магнетика. При $\vec{J}_2=0$ получим:

$$\vec{i}_{\text{мол}}=-[\vec{n}\,\vec{J}_1]. \tag{55.13}$$

§ 56. СИЛЫ ЛОРЕНЦА

В настоящее время огромное значение приобрел раздел прикладной физики, называемый электроникой; ее задачей является получение электронных потоков и управление имн, осуществляемые либо при помощи электрического поля, либо магнитного поля, либо комбинированием этих двух способов. В принципе эти способы применимы для управления потоками любых заряженных частиц.

Выведем выражение для силы, действующей на электрон во внешнем электромагнитном поле. Эту силу, называемую силой Лоренца, можно рассматривать как равнодействующую двух сил: силы $\vec{f}_E$, действующей на электрон со стороны электрического поля, и силы $\vec{f}_H$, действующей на электрон со стороны магнитного поля:

$$\vec{f}=\vec{f}_E+\vec{f}_H. \tag{56.1}$$

Сила $\vec{f}_E$ действует независимо от состояния движения электрона, сила $\vec{f}_H$ действует только на движущийся электрон. Очень часто лоренцевой силой называют только эту составляющую силы $\vec{f}$.

Математическое выражение для силы $\vec{f}_E$ непосредственно вытекает из формул электростатики:

$$\vec{f}_E=e\vec{E}, \tag{56.2}$$