

Сила, действующая на единицу объема проводника, в общем случае

$$\vec{k} = \rho (\vec{E} + [\vec{v}\vec{B}]). \quad (56.6)$$

В этих выводах отчетливо проявляется основное положение классической электронной теории о строгой применимости законов макромира, в данном случае закона Ампера, в микромире.

§ 57. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ОРИЕНТАЦИОННОГО МЕХАНИЗМА ПОЛЯРИЗАЦИИ

Ориентационный механизм поляризации характерен для диэлектриков, молекулы которых можно рассматривать как жесткие диполи, т. е. диполи с независимым от поля электрическим моментом \vec{p} . Под влиянием электрического поля происходит ориентация этих диполей. В дальнейшем мы ограничимся теми случаями, когда поле либо постоянно, либо меняется столь медленно, что диполи успевают следовать за изменяющим свое направление полем.

При ориентационном механизме поляризации нагревание, ведущее к более энергичному столкновению молекул, оказывает на диполи дезориентирующее действие и результирующая поляризация всегда зависит от двух конкурирующих факторов: поля \vec{E} и температуры T . Выведем зависимость поляризации \vec{P} и диэлектрической проницаемости ϵ от \vec{E} , T и атомных параметров вещества.

Пусть в единице объема диэлектрика находится N молекул с постоянным электрическим моментом \vec{p} . При отсутствии дезориентирующего действия теплового движения все диполи под влиянием поля ориентировались бы строго по полю и результирующая поляризация была бы $\vec{P}_k = N\vec{p}$ (поляризация насыщения). Таков эффект упорядочивающего действия поля.

Рассмотрим теперь действие лишь температурного фактора, т. е. примем $\vec{E} = 0$. Вследствие хаотического характера теплового движения все направления моментов диполей окажутся равновероятными. Выразим это математически. Для этого опишем вокруг произвольной точки внутри диэлектрика сферу единичного радиуса и выделим внутри ее меньшую концентрическую сферу единичного объема (рис. 81). Центры обеих сфер совместим с началом сферической системы координат. Продолжим мысленно по прямой каждый дипольный момент \vec{p} и фиксируем точки пересечения этой прямой с поверхностью сферы единичного радиуса. Эти «следы» будут равномерно распределены по поверхности сферы. Естественно, что число «следов» dN на дан-

ном элементе сферы прямо пропорционально площади этого элемента dS .

Выберем в качестве элемента поверхности сферы шаровой пояс, лежащий между параллелями θ и $\theta + d\theta$. Его поверхность $dS = 2\pi \sin \theta d\theta$. В силу сказанного

$$dN = c \cdot 2\pi \sin \theta d\theta = C \sin \theta d\theta, \quad (57.1)$$

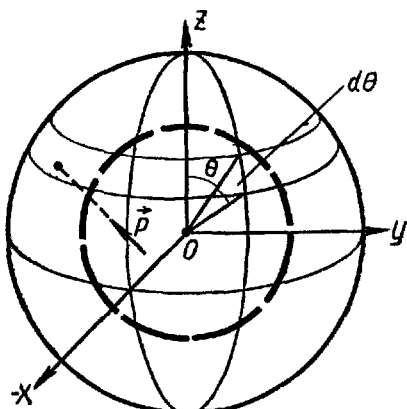


Рис. 81

где c и C — коэффициенты пропорциональности (в C включен множитель 2π). Эта запись выражает равномерное (хаотическое) распределение диполей по всем возможным направлениям — результат теплового воздействия.

Одновременное действие обоих конкурирующих факторов — температуры и поля — учитывается при помощи теоремы Больцмана из статистической физики: в условиях термодинамического равновесия закон распределения молекул при наличии поля консервативных сил отличается от закона их распределения

в отсутствие поля сил множителем $e^{-\frac{W}{kT}}$, где W — потенциальная энергия молекулы в данном поле сил, k — константа Больцмана. Таким образом, закон распределения диполей по углам в электрическом поле приобретает вид

$$dN = Ce^{-\frac{W}{kT}} \sin \theta d\theta. \quad (57.2)$$

Пусть электрическое поле направлено вдоль полярной оси z . Выражение для энергии диполя во внешнем электрическом поле известно (см. упр. 18):

$$W = -\vec{p}\vec{E} = -pE \cos \theta.$$

Подставляя его в (57.2), имеем:

$$dN = Ce^{\frac{pE \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta = Ce^{a \cos \theta} \sin \theta d\theta, \quad (57.3)$$

где введено обозначение

$$a = \frac{pE}{kT}. \quad (57.4)$$

Определим значение коэффициента пропорциональности C из условия, что общее число молекул в единичном объеме равно N :

$$N = \int_{V=1} dN = \int_0^\pi C e^{a \cos \theta} \sin \theta d\theta. \quad (57.5)$$

Подынтегральное выражение допускает существенное упрощение, если учесть, что при обычных температурах величина a во всех практически достижимых внешних полях значительно меньше единицы; поэтому можно с достаточной точностью заменить экспоненциальный член первыми двумя членами его разложения:

$$e^{a \cos \theta} = 1 + a \cos \theta + \frac{a^2 \cos^2 \theta}{2!} + \dots$$

В силу этого выражение (57.5) упрощается:

$$N = \int_0^\pi C (1 + a \cos \theta) \sin \theta d\theta = 2C.$$

Итак, коэффициент пропорциональности $C = \frac{N}{2}$, и закон распределения приобретает вид

$$dN = \frac{N}{2} (1 + a \cos \theta) \sin \theta d\theta \quad (\text{при } a \ll 1). \quad (57.6)$$

Переходим к вычислению вектора поляризации диэлектрика, направленного параллельно вектору поля \vec{E} , т. е., по условию, вдоль полярной оси z . Модуль вектора поляризации равен алгебраической сумме проекций $p \cos \theta$ отдельных моментов на полярную ось. Суммарный момент dN молекул, оси которых при своем продолжении пересекают выделенный шаровой пояс, равен $p dN \cos \theta$. Окончательно значение поляризации получаем интегрированием по всем значениям полярного угла:

$$P = \int_0^\pi p \cos \theta dN = \frac{pN}{2} \int_0^\pi (1 + a \cos \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{pNa}{3}.$$

После подстановки a из (57.4) имеем:

$$P = \frac{Np^2}{3kT} E. \quad (57.7)$$

Таким образом, величина поляризации прямо пропорциональна напряженности поля и обратно пропорциональна абсолютной температуре. Сопоставляя с известным выражением $P = \alpha \epsilon_0 E$, можно выразить диэлектрическую восприимчивость α через атомные параметры и температуру:

$$\alpha = \frac{Np^2}{3\epsilon_0 kT}. \quad (57.8)$$

В общем случае в диэлектрике могут реализоваться оба механизма поляризации: под действием поля диполи ориентируются и одновременно «растягиваются», т. е. растет их момент. Электронная поляризация является внутримолекулярным или внутриатомным процессом, не зависящим от температуры. Приращение момента диполя пропорционально E :

$$\Delta p = \beta \epsilon_0 E; P_{\text{эл}} = N \beta \epsilon_0 E = \alpha_{\text{эл}} \epsilon_0 E,$$

где β — поляризуемость молекулы. В общем случае восприимчивость α имеет соответственно ориентационную и электронную компоненты $\alpha_{\text{ор}} + \alpha_{\text{эл}}$, результирующая поляризация равна:

$$P = P_{\text{ор}} + P_{\text{эл}} = \frac{N p^2}{3kT} E + N \beta \epsilon_0 E = \alpha \epsilon_0 E.$$

Для диэлектрической проницаемости в этом случае имеем:

$$\epsilon = 1 + \alpha = 1 + N \left(\frac{p^2}{3\epsilon_0 kT} + \beta \right). \quad (57.9)$$

§ 58. УПРУГО СВЯЗАННЫЙ ЭЛЕКТРОН

В предложенной английским физиком Дж. Дж. Томсоном в 1903 г. гипотезе о строении атома впервые в истории физики выдвигалась научно обоснованная модель атома. Эта модель пользовалась в свое время всеобщим признанием вплоть до 1912 г., когда Резерфорд своими работами по рассеянию α -частиц атомами показал, что она не соответствует действительности.

Основываясь на своей модели, Томсон впервые смог дать физическую картину элементарного микроисточника света.

Томсону надо было показать, что электроны в его модели удерживаются в положении равновесия квазиупругой силой. Поэтому модель Томсона часто называют моделью упруго связанного электрона.

Наиболее простым вариантом такой модели является атом с одним электроном, положение равновесия которого совпадает с центром атома. Поскольку атом в целом нейтрален, то положительный заряд такого атома равен элементарному заряду e . По предположению этот заряд размазан по всему объему атома — шарик с радиусом a . При возбуждении атома (электронным ударом, тепловым движением, воздействием света) электрон смещается из положения равновесия. Требуется показать, что на электрон, смещенный из положения равновесия на расстояние $x \leq a$, действует квазиупругая сила $f = m\ddot{x} = -kx$, где k — коэффициент квазиупругой силы, связанный с частотой известным соотношением:

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$