

Выражение (59.7) есть закон убывания энергии электрона вследствие излучения в дифференциальной форме. Обозначим для краткости: $\frac{1}{12\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2e^2\omega^2}{mc^3} = \gamma$; тогда

$$\frac{dW}{dt} = -\gamma W. \quad (59.8)$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение, получим:

$$\frac{dW}{W} = -\gamma dt; \ln W = -\gamma t + \ln C;$$

$$\ln \frac{W}{C} = -\gamma t; W = Ce^{-\gamma t}.$$

Постоянную интегрирования определим из начальных условий: при $t=0$ (момент возбуждения) $C=W_0$ —начальная энергия возбуждения. Мы получили закон излучения в интегральной форме

$$W = W_0 e^{-\gamma t}.$$

Таким образом, энергия излучающего электрона убывает по экспоненциальному закону. В оптике большое значение имеет величина $\tau = \frac{1}{\gamma}$, называемая средним временем жизни возбужденного атома. Очевидно, что при $t=\tau$ энергия электрона уменьшается в $e \approx 2,7$ раза. Таким образом, средняя продолжительность жизни возбужденного атома представляет собой промежуток времени от момента возбуждения до момента, когда энергия электрона, полученная при возбуждении, убывает вследствие излучения в e раз (т. е. до 37% своего начального значения).

При излучении видимого света ($\nu \approx 5 \cdot 10^{14}$ Гц) средняя продолжительность жизни возбужденного атома оказывается равной

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{12\pi\epsilon_0 mc^3}{2e^2\omega^2} \approx 10^{-8} \text{ с.}$$

Отсюда вытекает важное представление о «структуре» световых волн. Каждый атом после возбуждения излучает свет в виде импульса, или, как принято говорить, цуга волн, свойства которого уже были рассмотрены в § 44.

§ 60. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОПТИЧЕСКОЙ ДИСПЕРСИИ

Дисперсию света в элементарных курсах физики определяют как разложение сложного света (например, белого) на составные компоненты (на «цвета»). Как известно, разложение легко осуществить при помощи призмы. Возможность разложения света на компоненты обусловлена тем, что свету с разной длиной волны соответствуют разные показатели преломления, а следовательно, разные скорости распространения в одной и той же среде.

Оптические волны охватывают огромный диапазон длин волн (инфракрасные, видимые и ультрафиолетовые), отличающиеся друг от друга в десятки тысяч раз. В вакууме все электромагнитные волны распространяются с одной и той же скоростью c . В прозрачных средах (например, во многих диэлектриках) скорость их распространения неодинакова.

Под воздействием электрического поля световой волны в диэлектрике возникает переменная поляризация: молекулярные диполи, рассматриваемые как электрические резонаторы, совершают вынужденные колебания с частотой колебаний поля. Колебания диполей порождают вторичные электромагнитные волны, которые, как и первичная световая волна, распространяются со скоростью c . Сложение этих вторичных волн с первичной и дает результирующую волну, амплитуда, фаза, длина волны и скорость которой (но не частота) будут существенно зависеть от соотношения частот падающей световой волны и собственной частоты диполей. Поэтому волны с различной частотой распространяются в веществе с различной скоростью и имеют различные показатели преломления.

Дисперсией света называют зависимость показателя преломления света n в веществе от длины волны или частоты. Дисперсию характеризуют производными $\frac{dn}{d\lambda}$ или $\frac{dn}{d\nu}$, которые показывают, на сколько изменяется показатель преломления с изменением λ или ν на единицу. Учитывая связь между показателем преломления и скоростью распространения волн $v = \frac{c}{n}$ и $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$, можно характеризовать дисперсию также производными $\frac{dv}{d\lambda}$ или $\frac{dv}{d\nu}$.

Напомним, что макроскопическая электродинамика Максвелла оказалась неспособной объяснить дисперсию. Как известно, по закону Максвелла $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, а при $\mu \approx 1$ $n \approx \sqrt{\epsilon}$. Диэлектрическую проницаемость считали константой для каждого вещества, поэтому показатель преломления также должен был быть постоянным, не зависящим от λ и ν . Электронная теория позволила дать атомно-молекулярное истолкование формально введенным параметрам ϵ и n и объяснить влияние частоты поля на ϵ , а следовательно, и на n .

По установившейся терминологии различают нормальную и аномальную дисперсию. В области нормальной дисперсии показатель преломления n и дисперсия $\frac{dn}{d\lambda}$ растут по мере перехода от длинных волн к коротким (участки BA и DC на рис. 82, на котором изображен ход дисперсии света в органическом красителе — фуксине). В области аномальной дисперсии наблюдается противоположный характер зависимости n от λ (участок BC

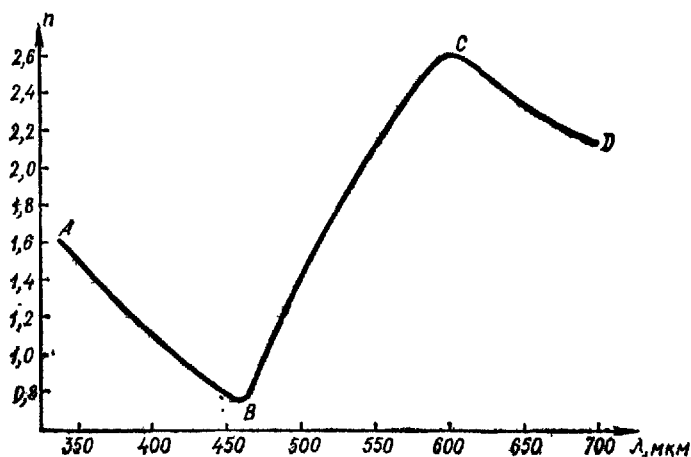


Рис. 82

на рис. 82). Интервал длин волн, в котором наблюдается аномальная дисперсия, совпадает с областью поглощения этих волн данным веществом. Поэтому термин «аномальная» неудачен, так как каждое вещество в той или иной области спектра обладает одной или несколькими полосами поглощения.

Гипотеза упруго связанных электронов (которым соответствует электронный механизм поляризации) позволяет объяснить явление дисперсии света. Электрон в атоме способен совершать свободные колебания с частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ под действием квазиупругой силы f ; уравнение этого движения

$$m\ddot{x} + kx = 0. \quad (60.1)$$

Световые волны действуют на электрон с периодической силой eE , зависящей от напряженности электрического поля волны $E = E_0 \sin \omega t$, где ω — круговая частота колебаний поля световой волны, отличная от частоты собственных колебаний электрона.

Колебания электрона в атоме затухают, так как имеют место излучение и другие потери энергии колебаний, например вследствие межатомных столкновений. В разреженных газах можно в первом приближении учитывать только потери на излучение. Это осуществляется введением в уравнение движения силы лучистого трения G , которую из-за малости затухания можно считать прямо пропорциональной скорости движения электрона:

$$G = g \frac{dx}{dt}.$$

При этих допущениях мы получаем уравнение движения электрона:

$$m\ddot{x} = eE - kx - g\dot{x}, \quad (60.2)$$

называемое уравнением дисперсии.

Решив это уравнение, определяют величину смещения x , затем по этой величине находят поляризацию P , наконец, диэлектрическую проницаемость ϵ и показатель преломления n как функции атомных параметров (e , m , ω_0 , g) и частоты внешнего поля. Эти данные позволяют определить дисперсию $\frac{dn}{d\lambda}$. Решение задачи упрощается, если пренебречь затуханием электронов, т. е. предположить $g=0$.

Подставив вместо E и k их значения, приводим уравнение (60.2) к виду

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E_0 \sin \omega t.$$

Решение такого уравнения хорошо известно из теории колебаний:

$$x = \frac{eE_0 \sin \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Поляризация однородного вещества по определению равна $P = Np$, где N — число атомов в единице объема, p — электрический момент атомного диполя; поскольку $p = ex$, имеем:

$$P = Nex.$$

Используем соотношение электростатики $D = \epsilon \epsilon_0 E = \epsilon_0 E + P$. Подставив сюда значение P и x , после сокращения на E получаем:

$$\epsilon = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)} \approx n^2. \quad (60.3)$$

Это соотношение устанавливает связь между ϵ и атомно-молекулярными параметрами.

Полное решение уравнения дисперсии (60.2) имеет вид

$$x = e^{-\frac{g}{2m}t} [Ae^{i\omega_1 t} + Be^{-i\omega_1 t}] + \frac{e}{m} \frac{E_0 e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega g}{m}}, \quad (60.4)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{g}{2m}\right)^2}$ — частота собственных колебаний электронов при наличии затухания. Комплексное выражение для x означает, что смещение сдвинуто по фазе относительно E . Исходя из этого выражения, можно получить значение n^2 (вывод опускается):

$$n^2 = K^2 + 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \frac{g^2}{m^2}}, \quad (60.5)$$

где K — показатель поглощения. При $g=0$ и $K=0$ мы снова приходим к выражению (60.3). Теория и эксперимент находятся в согласии. Область нормальной дисперсии (участок CD на рис. 82) соответствует неравенству $\omega < \omega_0$, т. е. случаю, когда частота световых волн меньше частоты собственных колебаний электрона; на участке AB снова наблюдается нормальная дисперсия: $\omega > \omega_0$. Область аномальной дисперсии совпадает с областью резонанса и поглощения, где $\omega \approx \omega_0$.

§ 61. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ НАМАГНИЧИВАНИЯ ПАРА- И ДИАМАГНЕТИКОВ

В классической теории магнетизма рассматриваются три группы веществ: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики*.

Магнетизм веществ обусловлен орбитальным движением внутриатомных электронов и наличием у них спинов (собственных моментов импульса). Орбитальному движению и спину электронов соответствуют магнитные моменты — орбитальный p_{ml} и спиновый p_{ms} . Магнитные свойства атома (или молекулы) характеризуются результирующим магнитным моментом входящих в их состав частиц, в первую очередь геометрической суммой орбитальных и спиновых моментов электронов $p_{ma} = \Sigma (p_{ml} + p_{ms})$. Магнитные моменты атомных ядер составляют лишь тысячные доли от магнитного момента электрона. У пара- и ферромагнетиков ($\mu > 1$) результирующий магнитный момент атома отличен от нуля. У диамагнетиков результирующий магнитный момент каждого атома равен нулю. Ниже будут рассмотрены основы электронной теории намагничивания пара- и диамагнетиков.

Намагничивание парамагнетиков (кислород, алюминий, платина и др.) можно рассматривать на основе гипотезы о молекулярных магнитных диполях, которые внешнее магнитное поле ориентирует в направлении вектора напряженности \vec{H} . В силу этого можно все рассуждения и выводы, приведенные в § 58 для ориентационной поляризации диэлектриков, распространить и на парамагнетики (с соответствующей заменой \vec{E} , \vec{p} , \vec{P} , α , ϵ на \vec{H} , p_m , \vec{J} , κ , μ — напряженность магнитного поля, магнитный дипольный момент атома или молекулы, вектор намагниченности, магнитная восприимчивость и проницаемость). Таким образом, мы по аналогии приходим к выражениям:

$$J = \kappa H = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT} H, \quad (61.1)$$

$$\kappa = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT}. \quad (61.2)$$

* Остаются вне рассмотрения антиферромагнетики и другие классы магнетиков.