

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга отличается от традиционных учебников аналитической геометрии по крайней мере в двух отношениях. Во-первых, в ней сделана попытка привести изложение аналитической геометрии на уровень строгости и формализации, давно уже достигнутый в учебниках алгебры и анализа. Во-вторых, помимо общеобязательных, стандартных вещей, в ней изложено довольно много материала либо никогда ранее в учебники не включавшегося, либо давно из учебников исключенного.

В современной математике проективная геометрия, на которую, собственно говоря, и ориентирован традиционный курс аналитической геометрии, потеряла уже свое ведущее значение. Поэтому роль «научной базы» курса аналитической геометрии перешла к линейной алгебре. Это ведет к все более тесному слиянию курса аналитической геометрии с курсом линейной алгебры, слиянию, получившему уже организационные формы (читаются «объединенные курсы аналитической геометрии и линейной алгебры» и издаются соответствующие учебники). Тем самым курс аналитической геометрии как курс геометрии фактически ликвидируется, в результате чего студент университета может получить диплом математика, не имея, по существу, никакого представления о комплексе идей и методов классической геометрии плоскости и пространства. Для преодоления этого необходимо заново насытить собственно курс аналитической геометрии (первый семестр) живым и ярким геометрическим материалом, перенеся из него весь, какой только возможно, линейно-алгебраический материал в последующий «объединенный курс аналитической геометрии и линейной алгебры». Конечно, курс аналитической геометрии должен быть в первую очередь по силам студенту — бывшему школьнику. Вместе с тем он должен иметь общематематическое значение, развивать математическую культуру студента и подготавливать его к усвоению программ следующих семестров. Как бы ни была красива и интересна та или иная геометрическая конструкция, если с точки зрения современной математики она ведет в тупик и не находит в ней дальнейшего широкого развития, тратить на нее драгоценное лекционное время, конечно, нельзя.

Окончательное решение вопроса о том, что именно должно быть включено в программу, чрезвычайно ответственно и, по-видимому, может быть принято только апостериори на основе тщательного анализа нескольких лет экспериментального преподавания по меняющимся программам. Основная цель, которую ставил перед собой автор при написании этой книги, и состояла в том, чтобы обеспечить такого рода преподавание учебным пособием. На основе этой книги можно составить много разнообразных программ различной степени трудности и по-разному ориентированных.

Таким образом, настоящая книга не является учебником аналитической геометрии, следующим той или иной определенной программе. Ни при каких условиях все содержание этой книги не может быть включено в один лекционный курс: ее объем слишком велик, а содержание слишком разнообразно. Она не предназначена также ни для первоначального изучения аналитической геометрии, ни для самообразования. Наибольшую пользу от нее получит способный и любознательный студент, уже прослушавший курс аналитической геометрии и желающий углубить и систематизировать свои знания (а не заинтересованный только в сдаче экзамена). Можно надеяться также, что ее с пользой и интересом прочтут многочисленные любители геометрии.

Тем не менее, те отделы книги, в которых излагается стандартный обязательный материал, вполне доступны и «среднему» студенту. Эти отделы (отмеченные в оглавлении звездочками) изложены по возможности элементарно и со всеми подробностями. Отделы, посвященные факультативным вопросам, написаны более сжато и предъявляют к читателю большие (хотя и вполне посильные) требования.

Наиболее важные абстрактные понятия вводятся в книге постепенно, часто сначала без названия и только после того, как подробно и с различных точек зрения рассмотрены соответствующие конкретные примеры.

Грамотное изложение аналитической геометрии нуждается в простейшем алгебраическом аппарате: теории определителей и правилах действия над матрицами. Предполагается, что эти вещи читателю знакомы (их изложение было бы напрасным дублированием курса алгебры). К концу книги постепенно используются основные понятия теории групп. Предварительного знакомства с группами от читателя формально не предполагается, но, конечно, оно по меньшей мере очень желательно. (Заметим, что все, что нам нужно из теории групп, обычно с избытком излагается на первом семестре университета в курсе алгебры.)

Как уже было сказано, особое внимание в книге уделено повышению уровня строгости и формализации. Конечно, начинать курс, скажем, с аксиом, а теорию кривых второго порядка

с самого начала строить в комплексной плоскости было бы неуместно. Однако изложить в своем месте аксиоматику и дать четкое определение комплексной плоскости представляется необходимым.

В книге используется мелкий шрифт двух видов: в элементарных (в основном начальных) главах книги один из них употребляется для выделения более трудного материала, другой используется с вспомогательными целями (упражнения и т. п.).

Текст сопровождается «заданиями» (предназначенными исключительно для самоконтроля читателя) и более трудными «упражнениями» (решение которых не обязательно).

Особенностью книги является экономное использование чертежей: они помещены, как правило, только в наиболее трудных местах и в тексте книги на них ссылок нет. Предполагается, что все остальные чертежи читатель должен восстановить самостоятельно (что, в частности, может служить хорошим средством самоконтроля).

Порядок изложения в книге не следует лекционному. Многие вопросы целесообразно излагать на лекциях значительно раньше, чем это сделано в книге (а другие, наоборот, несколько позже).

Содержание книги ясно из оглавления. Обратим все же внимание на § 6 гл. 1, посвященный бивекторам и тривекторам. Обычно эти понятия изучаются в завуалированной форме под видом векторного и смешанного произведений векторов, что, в частности, полностью смазывает их аффинный характер. Необходимость в их явном введении уже давно назрела и сделалась настоящей после того, как в «объединенном курсе» появились поливекторы. Без предварительного знакомства с бивекторами и тривекторами в трехмерном пространстве общее понятие поливектора вызывает, как правило, большие трудности. История повторяется: телерешнее сопротивление введению в курс аналитической геометрии бивекторов полностью аналогично тому, как пятьдесят лет назад сопротивлялись введению понятия вектора.

В пп. 4, 5 § 3 гл. 2 тщательно проанализировано понятие комплексной плоскости (в аффинном и евклидовом вариантах). Этот материал — один из важнейших в книге. В той или иной форме он обязательно должен быть включен в лекционный курс.

Существенным новшеством является подробное рассмотрение в § 3 гл. 4 геометрии окружностей на плоскости (пучки и связки окружностей). Хотя сама эта геометрия может быть и не очень интересна, она служит хорошим примером для иллюстрации общего принципа изоморфизма (она изоморфна геометрии точек пространства, лежащих вне некоторого параболоида вращения), а также обладает известной поучительностью ввиду дальнейшего развития некоторых из ее идей в рамках алгебраической геометрии.

В теории кривых второго порядка на проективной плоскости (§§ 2, 3 гл. 6) новшеством является изложение теории пересечений и теории пучков кривых второго порядка. Элементы этих теорий входили обязательной составной частью в курсы аналитической геометрии лет сорок назад. В связи с общим возрождением в последнее время интереса к алгебраической геометрии восстановление этого материала в курсе аналитической геометрии представляется оправданным.

Теория поверхностей второго порядка ограничена в книге, по существу, только исследованием их формы. Из теории приведения уравнений поверхностей к каноническому виду приведены без доказательств лишь формулировки теорем. Подробное изложение этой теории было бы излишним дублированием курса линейной алгебры, в рамках которого этот материал излагается сразу для пространств любой размерности.

Рукопись книги была дважды внимательно прочитана И. М. Ягломом, сделавшим большое число замечаний и предложившим еще большее число усовершенствований. Я приношу И. М. Яглову свою сердечную благодарность (хотя и не всегда следовал его советам).

Я искренне благодарен также редактору этой книги Ф. И. Кизнер за большую работу, ею проделанную, а также за выполнение всех чертежей.

М. М. Постников

27 октября 1972 г.