

1

Деформации эластичных тел

Знакомство с топологией мы начнем с нескольких задач о деформациях эластичных тел и поверхностей. Мы будем считать, что рассматриваемые фигуры можно деформировать, т.е. сминать, сжимать и растягивать, не допуская при этом разрывов и склеек.

Деформации, о которых идет речь в предлагаемых задачах, кажутся на первый взгляд невозможными. Но выполнить их не очень сложно. Прежде чем прочитать описание этих деформаций, попытайтесь придумать их сами.

- ▷ **Задача 1.1.** Докажите, что эластичное тело, изображенное на рис. 1.1 (а), можно продеформировать в тело, изображенное на рис. 1.1 (б). Иными словами, если бы человек был достаточно эластичен, то он смог бы разъединить сцепленные пальцы обеих рук, не расцепляя их.
- ▷ **Задача 1.2.** Эластичный *крендель* надет двумя ручками на бублик (рис. 1.2 (а)). Докажите, что деформируя крендель, одну его ручку можно снять с бублика (рис. 1.2 (б)).
- ▷ **Задача 1.3.** На кренделе нарисована окружность (см. рис. 1.3 (а)). Докажите, что, деформируя крендель, ее можно перевести в окружность, изображенную на рис. 1.3 (б).

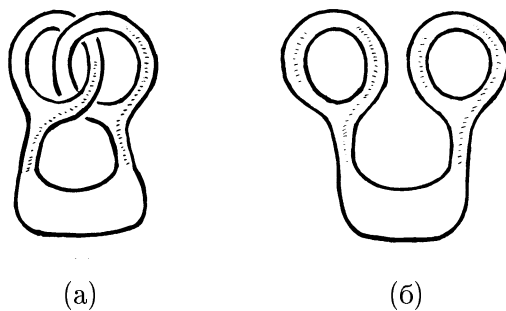


Рисунок 1.1

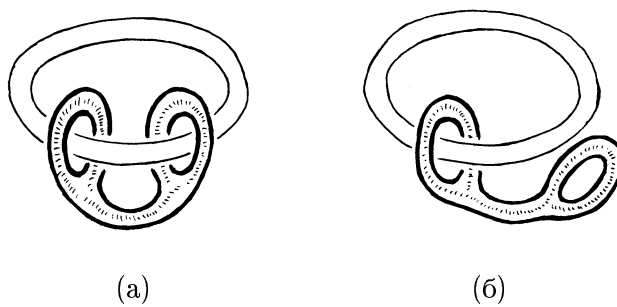


Рисунок 1.2

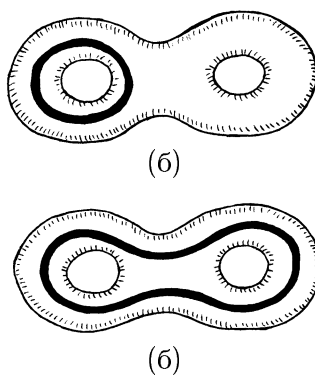


Рисунок 1.3

► **Задача 1.4.** Докажите, что проколотую велосипедную камеру можно вывернуть наизнанку. (Точнее говоря, это можно было бы сделать, если бы резина, из которой изготовлена камера, была достаточно эластична. Вывернуть наизнанку обычную велосипедную камеру с проколом небольшого размера нельзя.)

► **Задача 1.5.** Докажите, что тело, изображенное на рис. 1.4 (а), можно продеформировать в тело, изображенное на рис. 1.4 (б).

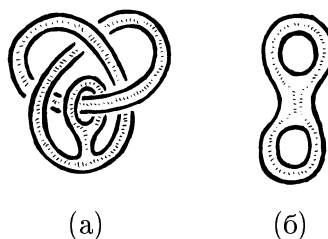


Рисунок 1.4

Решения

Объяснить решения большинства задач из этой книги проще всего с помощью рисунков, причем, как правило, эти рисунки не требуют особых комментариев. Для большей ясности в некоторых случаях стрелками указаны направления движения.

► **1.1.** См. рис. 1.5. К обсуждению этой деформации мы еще вернемся в § 4.

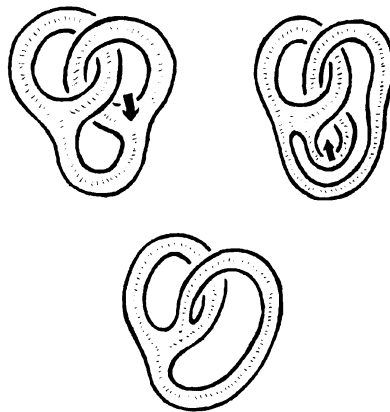


Рисунок 1.5

► 1.2. См. рис. 1.6.

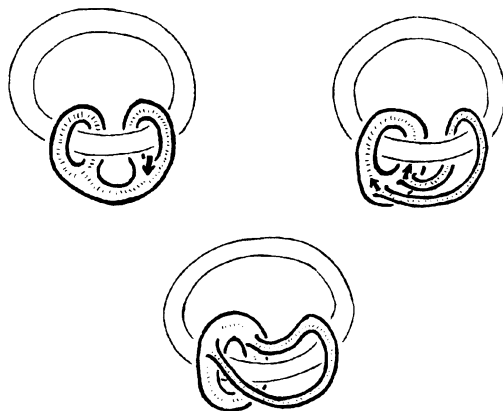


Рисунок 1.6

► 1.3. См. рис. 1.7.

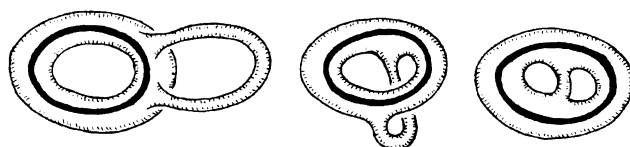


Рисунок 1.7

► 1.4. Выполним сначала деформации, изображенные на рис. 1.8. В результате получим фигуру, которую можно совместить саму с собой движением так, что ее «вну-

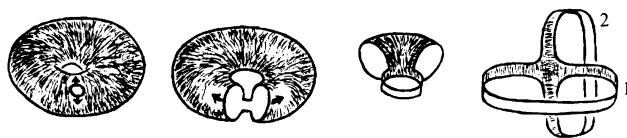


Рисунок 1.8

трениая» и «внешняя» стороны поменяются местами. Для этого нужно совместить кольцо 1 с кольцом 2. Затем сделаем те же самые деформации в обратном порядке. В результате внешняя и внутренняя стороны велосипедной камеры поменяются местами.

Обратите внимание, что при таком выворачивании «параллель» переходит в «меридиан» (рис. 1.9.)

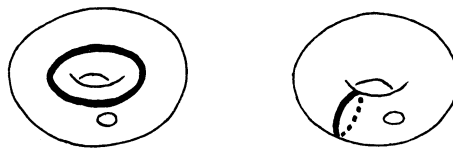


Рисунок 1.9

- **1.5.** Выполним сначала деформации, изображенные на рис. 1.10. Полученную в результате фигуру легко продеформировать в фигуру, изображенную на рис. 1.1 (а). После этого остается воспользоваться решением задачи 1.1.



Рисунок 1.10