Предисловие к третьему изданию

С момента выхода в свет первого издания книги прошло более десяти лет. За это время область применения тензорного исчисления значительно расширилась. Сейчас практически в каждой монографии и учебном пособии по механике и теоретической физике используются тензорные обозначения. Правда, используются по-разному, и с помощью индексов, и в так называемой прямой, безындексной записи. Применяются криволинейные координаты, а некоторые авторы обходятся только прямоугольной декартовой системой координат.

Данная книга предназначена начинающему. Изложение основ тензорного анализа начинается, что называется, «с нуля». От читателя требуется только умение дифференцировать и знание основных положений аналитической геометрии. А вот закончить чтение каждый может в зависимости от необходимости, ибо, несмотря на совершенно элементарное начало, книга содержит и некоторые «серьезные» вопросы тензорного анализа.

Настоящее издание дополнено главой, посвященной тензорным функциям в трехмерном евклидовом пространстве. Потребность в изложении этого вопроса в учебной литературе назрела давно. Автор — свидетель того, что даже на экзамене кандидатского минимума многих аспирантов ставит в тупик вопрос: «Откуда следует, что симметричный тензор второго ранга имеет три независимых инварианта, а несимметричный — шесть?». Возможно, было бы интересно включить в книгу и материал, относящийся к тензорным функциям в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве, важным в теории относительности. Однако это заставило бы увеличить объем пособия.

В третьем издании добавлены «некоторые литературные указания» и значительно расширен предметный указатель. В первой главе появился параграф, посвященный группам преобразований. Исправлены некоторые ошибки и неточности.

Рукопись четвертой главы внимательно прочитал и ввел полезные коррективы В. В. Лохин, за что автор ему весьма благодарен.

Предисловие ко второму изданию

Во втором издании к третьей главе добавлен параграф, посвященный представлению некоторых тензоров третьего и четвертого ранга, наиболее часто встречающихся в приложениях. Сделаны некоторые добавления и в другие параграфы. В частности, введено понятие квазилинейных соотношений для анизотропных сред. В приложении добавлены выражения оператора Лапласа от компонент вектора и тензора второго ранга.

Исправлены замеченные опечатки и неточности. На некоторые из них автору указали сотрудники кафедр теории упругости Московского и Ростовского университетов, за что автор им весьма признателен.

Предисловие к первому изданию

Замечательный педагог-механик профессор МГУ Андрей Петрович Минаков, получив от студентов первого курса определение вектора как «отрезка, имеющего определенную величину, направление и точку приложения», любил приводить следующий пример. Пусть мы стоим на площади Маяковского (имеем точку приложения). И пусть каждый час по Садовому кольцу (рис. 1) пробегает a машин, а по улице Горького, перпендикулярной Садовому кольцу, — b машин (имеем определенную величину и направление). Представим эти значения в виде векторов. Тогда, складывая эти векторы по правилу параллелограмма, заключаем, что каждый час в здание Концертного зала им. П. И. Чайковского врывается $\sqrt{a^2+b^2}$ машин. Слушая протестующие выкрики студентов, Андрей Петрович делал логическое заключение: «Если хочешь быть вектором, научись складываться с подобным себе по правилу параллелограмма».

Этот пример, хотя и в шутливой форме, убедительно доказывает важность выяснения векторной природы физических величин. В механике кроме скаляров (температура, масса, плотность вещества), векторов (поля скоростей, ускорений, силы) встречаются объекты более сложной природы.

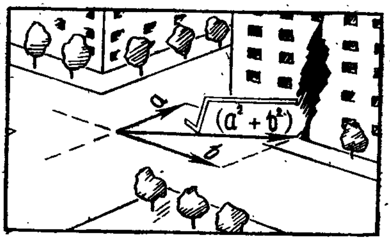

Рис. 1

Так, из теоретической механики известно, что для подсчета кинетической энергии системы N материальных точек, с массой m_k каждая, необходимо знать систему величин

$$\mathcal{J}_{ij}=\sum_{k=1}^{N} x_k^i x_k^j m_k, \tag{1}$$

где $x_k{}^i$ $(i=1, 2, 3)$ — прямоугольные декартовы координаты материальной точки k. При $i=j$ величина $\mathcal{J}_{ij}$ называется моментом инерции относительно плоскости $x^i=0$, а при $i\neq j$ — центробежным моментом инерции.

Рассмотрим далее растяжение деформируемого стержня силой P, отнесенной к единице площади стержня (рис. 2). В сечении I «напряженное состояние» определяется только силой P, действующей нормально к сечению $(\sigma_n=P)$. В сечении II напряженное состояние определяется двумя составляющими:

$$\left.\begin{aligned} &\text{нормальной } \sigma_\alpha=\frac{P\cos\alpha}{1/\cos\alpha}=P\cos^2\alpha,\\ &\text{касательной } \tau_\alpha=\frac{P\sin\alpha}{1/\cos\alpha}=\frac{P}{2}\sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Понятно, что физические законы не должны зависеть от выбора той или иной системы координат, хотя в их формулировку могут входить величины типа (1) или (2), изменяющиеся (так же как и компоненты векторов) при переходе от одной системы координат к другой. В таком случае говорят, что физические законы должны иметь ковариантную форму записи.

Во всяком физическом соотношении все слагаемые должны являться геометрическим объектом одной и той же структуры (говорят «иметь один и тот же тензорный характер») и иметь одну физическую размерность. Предметом изучения тензорного анализа и является исследование инвариантных характеристик геометрических объектов физических величин при переходе от одной системы координат к другой.

Тензорный анализ для механика — это математический аппарат, с помощью которого не только сокращаются многочисленные выкладки, но и концентрируется физическая идея, так как использование тензорного анализа позволяет отодвинуть на второй план сложную геометрическую картину физического явления.

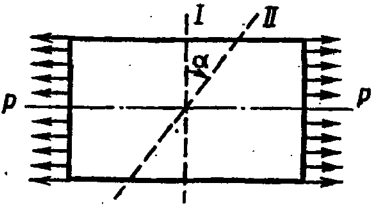

Рис. 2

Этот курс читался автором с 1968 г. в течение ряда лет на механико-математическом факультете МГУ как полугодовой специальный курс, предназначенный для ознакомления студентов-механиков второго курса с основами тензорного исчисления, необходимыми для усвоения курсов аналитической механики, механики сплошной среды и теоретической физики. Начиная с 1971/72 уч. г. стал читаться обязательный годовой курс дифференциальной геометрии, и автор надеется, что настоящие лекции могут служить учебным пособием по этому курсу и пригодятся всем желающим самостоятельно изучить основы тензорного исчисления. Автор стремился дать синтез алгебраического и геометрического описания тензорного аппарата, максимально приблизив его к нуждам механика. Знакомство с механикой и теоретической физикой у читателя ие предполагается, хотя некоторые понятия автор пытался сформулировать так, чтобы читатель сразу мог переиести их на язык кинематики сплошной среды, теории оболочек и теории относительности. Предлагаемые упражнения в большинстве являются необходимой составной частью курса, и их результаты используются в дальнейшем изложении. В главах 1 и 3 рассматриваются трехмерные пространства, а в главах 2 и 4 — пространства произвольного числа n-измерений.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность чл.-кор. АН СССР И. И. Воровичу, профессорам П. К. Рашевскому и М. А. Колтунову, доцентам А. В. Михалеву и Л. М. Зубову, сделавшим ряд ценных замечаний, доценту В. Н. Кузнецову за оформление рисунков, а также сотрудницам кафедры теории упругости МГУ Л. С. Харьковой и П. В. Трупашовой за помощь при подготовке рукописи.