Представим себе, что материальная точка движется в подвижной системе. Обозначим через $ds_{\text{абс}}$ элементарное перемещение этой материальной точки по отношению к основной системе ориентировки; через $ds_{\text{перен}}$ обозначим то перемещение материальной точки в основной системе, которое происходит вследствие движения подвижной системы (т. е., иначе говоря, перемещение того места подвижной системы, где в данный момент находится материальная точка); наконец, через $ds_{\text{отн}}$ мы обозначим элементарное перемещение той же точки, как оно представляется наблюдателю, связанному с подвижной системой.

Под *абсолютной скоростью* $\boldsymbol{v}$, *переносной скоростью* $\boldsymbol{u}$ и *относительной скоростью* $\boldsymbol{w}$ понимают векторы

$$\boldsymbol{v}=\frac{ds_{\text{абс}}}{dt}, \quad \boldsymbol{u}=\frac{ds_{\text{перен}}}{dt}, \quad \boldsymbol{w}=\frac{ds_{\text{отн}}}{dt}. \tag{20}$$

Скорость абсолютного движения равна геометрической сумме скоростей переносного и относительного движений:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\boldsymbol{w}. \tag{21}$$

Это утверждение, высказанное с полной ясностью еще Галилеем, называют *галилеевым законом сложения скоростей*. В простейших случаях, в особенности когда все три скорости направлены по одной прямой и неизменны во времени, галилеев закон сложения скоростей представляется как бы самоочевидным и сознательно или бессознательно применяется всеми в оценке движений, встречающихся в обыденной жизни. Например, каждый знает, что, плывя в лодке вниз по течению, мы движемся быстрее, чем в неподвижной воде, на величину «быстроты» течения воды.

§ 7. Закон сложения ускорений

Под *абсолютным ускорением* $j_{\text{абс}}$ понимают ускорение материальной точки по отношению к основной системе; под *переносным ускорением* $j_{\text{перен}}$ понимают ускорение того места подвижной системы, где в данный момент находится материальная точка, и под *относительным ускорением* $j_{\text{отн}}$ — ускорение, которое материальная точка имеет по отношению к наблюдателю, связанному с подвижной системой. Абсолютное ускорение всецело определяется отношением геометрического приращения абсолютной скорости к элементу времени, но переносное и относительное ускорения не всегда столь же просто связаны с переносной и относительной скоростями.

Напишем векторное уравнение (21), выражающее галилеев закон сложения скоростей, для двух бесконечно близких моментов времени t и $t+dt$; геометрически вычтем из второго уравнения первое, тогда получим:

$$dv = du + dw. \tag{22}$$

Разделим все члены этого уравнения на dt. Величина $\frac{dv}{dt}$ представляет собой ускорение абсолютного движения $j_{\text{абс}}$. Однако, что касается величины $\frac{dw}{dt}$, то она не всегда выражает ускорение относительного движения $j_{\text{отн}}$. Действительно, если с точки зрения наблюдателя, связанного с подвижной системой, скорость w относительного движения неизменна по направлению и по численному значению, то очевидно, что ускорение относительного движения равно нулю, тогда как величина dw, определяемая наблюдателем, связанным с основной системой, может оказаться и не равной нулю; так будет, когда подвижная система ориентировки в р а щ а е т с я относительно основной системы; при равномерном прямолинейном относительном движении величина dw будет выражать геометрическое изменение относительной скорости, происходящее благодаря указанному вращению подвижной системы. Например, когда человек идет по палубе корабля прямо от кормы к носу, а в то же время корабль поворачивается, то для наблюдателя, находящегося на берегу, это движение уже не является прямолинейным; вектор скорости, сохраняя неизменную ориентацию по отношению к кораблю, поворачивается вместе с кораблем; иначе говоря, относительная скорость испытывает некоторое геометрическое приращение, вызываемое поворотом корабля.

Полное изменение относительной скорости мы будем рассматривать как геометрическую сумму двух компонентов:

$$dw = (dw)_{\text{отн}} + (dw)_{\text{повор}}. \tag{23}$$

Здесь первый вектор в правой части уравнения после деления на dt дает относительное ускорение:

$$j_{\text{отн}} = \frac{(dw)_{\text{отн}}}{dt};$$

второй компонент $(dw)_{\text{повор}}$ представляет собой изменение относительной скорости, вызываемое вращением подвижной системы.

Величина $\frac{du}{dt}$ тоже не всегда выражает ускорение переносного движения. Конечно, для любой точки, п о к о я щ е й с я в подвижной системе, указанная величина является не чем иным, как ускорением переносного движения. Но уравнение (22) мы получили, анализируя п е р е м е щ е н и е материальной точки в подвижной системе; если подвижная система вращается относительно основной, то переносная скорость в разных участках подвижной системы не одинакова (например, численно переносная скорость вращения тем более велика, чем дальше отстоит данный участок от оси вращения). Представим себе, что мы мгновенно переместили материальную точку в подвижной системе в смежное положение по траектории относительного движения; изменение переносной скорости, вызываемое ускорением переносного движения, еще не успеет сказаться, но величина du будет отлична от нуля и укажет, как в данный момент времени скорости переносного движения в смежных точках на траектории относительного движения геометрически отличаются друг от друга.

Этот компонент в величине du, зависящий от перемены места в подвижной системе, мы обозначим через $(du)_{\text{повор}}$; тогда другая геометрическая часть величины du представит собой изменение переносной скорости, вызываемое ускорением переносного движения; эту часть мы обозначим через $(du)_{\text{перен}}$. Таким образом,

$$du = (du)_{\text{перен}} + (du)_{\text{повор}}, \tag{24}$$

причем

$$j_{\text{перен}} = \frac{(du)_{\text{повор}}}{dt}.$$

Из сказанного ясно, что в случае поступательного движения подвижной системы, когда в переносном движении каждая из координатных осей подвижной системы перемещается параллельно себе самой (вращения нет), $(dw)_{\text{повор}} = 0$ и $(du)_{\text{повор}} = 0$. В этом случае *при поступательном движении подвижной системы ускорение абсолютного движения равно геометрической сумме ускорений переносного и относительного движений*:

$$j_{\text{абс}} = j_{\text{перен}} + j_{\text{отн}}. \tag{25}$$

В еще более частном случае, когда подвижная система движется поступательно с постоянной скоростью (т. е. $j_{\text{перен}} = 0$), ускорения абсолютного и относительного движений совпадают по величине и по направлению. Иначе говоря, *ускорение движения является одинаковым для наблюдателей, движущихся относительно друг друга поступательно с постоянной скоростью.* В этом смысле говорят, что системы ориентировки, которые движутся по отношению друг к другу поступательно с постоянной скоростью, «равноценны в отношении ускорения».

В общем случае, когда переносное движение связано с вращением подвижной системы относительно основной системы, *ускорение абсолютного движения равно геометрической сумме трех слагаемых: ускорения переносного движения, ускорения относительного движения и* так называемого *поворотного* (*кориолисова*) *ускорения*:

$$j_{\text{абс}} = j_{\text{перен}} + j_{\text{отн}} + j_{\text{повор}}. \tag{26}$$

По установленным выше обозначениям

$$j_{\text{повор}} = \frac{(dw)_{\text{повор}} + (du)_{\text{повор}}}{dt}. \tag{27}$$

Замечательно, что обе части поворотного ускорения (часть, зависящая от влияния вращения на направление относительной скорости, и часть, зависящая от неравенства переносных скоростей на пути относительного движения) всегда являются численно равновеликими и одинаково направленными:

$$\frac{(dw)_{\text{повор}}}{dt} = \frac{(du)_{\text{повор}}}{dt}.$$

Вычисления показывают, что каждая из этих частей поворотного (кориолисова) ускорения равна произведению угловой скорости поворота на относительную скорость и синус угла α между векторами $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{w}$:

$$\frac{1}{2} j_{\text{повор}} = \frac{(dw)_{\text{повор}}}{dt} = \frac{(du)_{\text{повор}}}{dt} = \omega w \sin\alpha. \tag{28}$$

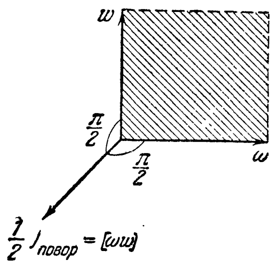

Рис. 12. Взаимное расположение векторов $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{\omega}$ и $j_{\text{повор}}$.

Вектор, численно равный произведению числовых величин двух каких-либо векторов $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ на синус угла между ними и направленный перпендикулярно к обоим этим векторам, называют *векторным произведением* и обозначают $[\boldsymbol{AB}]$. Следовательно, векторное произведение численно равно площади параллелограмма, построенного на векторах-сомножителях, как на сторонах. Положительным направлением вектора $[\boldsymbol{AB}]$ мы будем считать то направление, по которому поворот от $\boldsymbol{A}$ к $\boldsymbol{B}$ виден происходящим по часовой стрелке. Очевидно, что $[\boldsymbol{AB}] = -[\boldsymbol{BA}]$.

Из сказанного выше следует, что поворотное (кориолисово) ускорение $j_{\text{повор}}$ представляет собой удвоенное векторное произведение угловой скорости поворота на относительную скорость (рис. 12):

$$j_{\text{повор}} = 2[\boldsymbol{\omega w}]. \tag{29}$$