

отношению к наблюдателю, т. е. что всякое механическое движение является будто бы «не имеющим физического смысла», а значит, как бы не существующим, когда не определена система ориентировки, по отношению к которой исследуется движение. Это неверно потому, что движение материи существует объективно, независимо от способов его наблюдения. Реальные процессы движения становятся относительными, когда мы их исследуем по отношению к той или иной системе отсчета. Мы получаем при этом *относительные отображения реального, объективного движения.*

С кинематической точки зрения, отрывающей движение от материальной основы, все инерциальные системы отсчета равноценны. Но абсолютно инерциальной системы отсчета вообще не существует. Такая система могла бы существовать там, где нет сил тяготения, т. е. вне реального мира. Все действительно возможные, т. е. *приблизительно инерциальные*, системы отсчета фактически неравноценны, так как они в разной мере, по-разному неинерциальны. Поэтому кинематическое утверждение о полной равноценности инерциальных систем в физико-философском отношении является бессодержательным.

Исследуя относительные отображения какого-либо движения в разных системах ориентировки, мы получаем приблизительное представление об объективной картине движения, и нужно сказать, что чем менее инерциальна система, чем больше массы, с которыми она реально связана, тем обычно мы ближе подходим к истинной картине движения.

§ 12. Второй ньютонов закон механики

Во втором законе Ньютона говорится об изменении количества движения и о силе. В механике и в физике *количеством движения* называют произведение массы m на скорость тела v . Когда в обыденной жизни говорят о «количестве движения», то чаще всего вкладывают в эти слова смысл, аналогичный величине mv . Действительно, если по какой-либо безлюдной улице с большой скоростью бежит один человек, то никто не скажет, что движение по этой улице велико; если на улице находится неподвижная толпа ожидающих чего-либо людей, то опять-таки никто не скажет про эту улицу, что движение по ней велико; уличное движение все мы измеряем (иногда сами этого не замечая) произведением числа движущихся по улице людей на среднюю скорость их движения.

Количество движения представляет собой вектор, имеющий направление скорости, но по численному значению превосходящий скорость во столько раз, во сколько раз масса тела m больше единицы массы.

Строго говоря, вышеприведенное определение количества движения справедливо только для материальной точки; в общем случае

разные участки движущегося тела могут иметь неодинаковые скорости; тогда рассматривают тело как совокупность материальных точек и под количеством движения понимают геометрическую сумму количеств движения всех материальных точек, составляющих тело.

Часто вместо термина «количество движения» пользуются для обозначения величины mv термином *импульс*.

Сила также является вектором. О силах мы судим: во-первых, по их статическому проявлению (например, по давлению, которое тело оказывает на опору; давление может привести к прогибу поверхности, к сжатию пружины и т. д.), во-вторых, по их динамическому проявлению, т. е. по ускорениям, которые тела приобретают под действием силы. В первом случае, при статическом проявлении, векторность силы легко может быть обнаружена опытным путем: силы при их статическом проявлении складываются геометрически (по правилу параллелограмма, а при более чем двух силах — по более общему правилу многоугольника¹⁾). Во втором случае, при динамическом проявлении, векторность «движущей» силы вскрыта вторым законом механики.

Второй закон механики состоит в следующем утверждении (приводим ньютонову формулировку этого закона):

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

Здесь речь идет о *геометрическом* изменении количества движения за *единицу времени*, причем в качестве единицы времени должен быть избран достаточно малый промежуток, а именно настолько малый, чтобы в продолжение его изменение количества движения можно было считать происходящим равномерно. Чтобы освободить себя от этого стеснительного условия в выборе единицы времени, нужно в приведенной выше формулировке второго закона слова «изменение количества движения...» заменить словами «изменение количества движения, происходящее за элементарно малый промежуток времени и разделенное на этот промежуток времени...». Далее, условимся измерять упоминаемые во втором законе величины в таких единицах, чтобы можно было слово «пропорционально» заменить словом «равно». Тогда, полностью сохраняя смысл приведенной выше ньютоновой формулировки второго закона, мы можем выразить этот закон так:

Геометрическое изменение количества движения, происходящее за элементарно малый промежуток времени и разделенное на этот промежуток времени, равно приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

¹⁾ Изображение силы в виде вектора первым стал применять один из основателей статики Стевин (около 1600 г.).

Следовательно, если F есть «движущая» сила, приложенная к телу (точнее, к «материальной точке»), масса которого есть m и скорость v , то

$$F = \frac{d(mv)}{dt}. \quad (1)$$

Когда масса постоянна, то изменение количества движения происходит вследствие одного лишь изменения скорости: $\Delta(mv) = = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1) = m\Delta v$; поэтому при $m = \text{const}$

$$F = m \frac{dv}{dt}, \quad (2)$$

или, если под j подразумевать вектор ускорения, то при $m = \text{const}$

$$F = mj. \quad (2a)$$

Имея в виду это уравнение, второй закон механики часто формулируют так: *сила равна произведению массы на ускорение.*

Заметим, что вектор «движущей» силы находится в таком же соотношении с ускорением, как вектор количества движения со скоростью; действительно, количество движения совпадает по направлению со скоростью и численно равно произведению массы на скорость; аналогично сила совпадает по направлению с ускорением и численно равна произведению массы на ускорение.

Вспомним, что проекции вектора ускорения j на оси координат равны частным производным второго порядка от координат по времени (§ 3, уравнение (9)). Проекции силы F на оси координат (компоненты вектора силы) обозначим через X , Y , Z . Векторное уравнение (2) равносильно трем скалярным уравнениям для компонентов силы:

$$X = m \frac{d^2x}{dt^2}, \quad Y = m \frac{d^2y}{dt^2}, \quad Z = m \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (3)$$

Это — *ньютоновы уравнения движения.*

Еще Галилеем было установлено, что у поверхности Земли все тела падают (в безвоздушном пространстве) с одинаковым ускорением g , которое для средних географических широт равно приблизительно $9,8 \text{ м/сек}^2$. (Как будет показано в главе VI, галилеев закон свободного падения тел является одним из следствий ньютонова закона всемирного тяготения.) Таким образом, *сила тяжести P* , которая статически проявляется в весе тел, *динамически проявляется в одинаковом для всех тел ускорении g* . Следовательно, по второму закону механики

$$P = mg; \quad (4)$$

вес тела пропорционален массе тела; коэффициентом пропорциональности является ускорение силы тяжести.

Смысл второго закона Ньютона, пожалуй, наиболее отчетливо виден при такой формулировке этого закона, когда используется понятие импульса силы. Когда сила, действующая на материальную точку, постоянна по величине и направлению, то под *импульсом силы* понимают произведение силы на время ее действия. В общем случае, когда величина и направление силы непостоянны, общее время действия силы разбивают на столь малые промежутки времени, чтобы в пределах каждого такого промежутка времени с изменением силы можно было не считаться. Произведение силы на бесконечно малый промежуток времени ее действия называют *элементарным импульсом силы*; элементарный импульс представляет собой бесконечно малый вектор Fdt , имеющий направление действующей силы. Под *суммарным импульсом* понимают геометрическую сумму элементарных импульсов силы.

По второму закону механики

$$F dt = d(mv).$$

Следовательно, пользуясь понятием об импульсе силы, второй закон механики можно сформулировать так: *изменение количества движения за любой бесконечно малый промежуток времени равно элементарному импульсу силы.*

Представим себе, что для каждого из всех промежутков времени написано уравнение второго закона механики в только что приведенной форме. Сложим все эти векторные уравнения, т. е. построим два многоугольника; сторонами одного многоугольника будут служить элементарные импульсы, сторонами второго — бесконечно малые изменения количества движения. Очевидно, что геометрическая сумма всех векторов $d(mv)$ (т. е. сторона, замыкающая многоугольник, построенный из этих векторов) будет представлять собой не что иное, как суммарное приращение количества движения материальной точки за рассматриваемый промежуток времени t ; с другой стороны, очевидно также, что суммарное приращение количества движения за время t равно геометрической разности между тем количеством движения, которое материальная точка имеет к концу времени t , и тем количеством движения, которое материальная точка имела в начальный момент времени. Таким образом,

$$\text{импульс силы} = \sum F dt = mv_2 - mv_1. \quad (5)$$

Здесь \sum есть знак суммы, причем — так как за этим знаком стоит вектор — в данном случае \sum означает геометрическую сумму.

Если в начальный момент времени материальная точка находилась в покое ($v_1 = 0$), то количество движения, приобретенное материальной точкой за время t , равно импульсу силы. Поэтому для обозначения величины mv наряду с термином «количество движения» применяют также термин *импульс*.

В расширенном понимании в слово «импульс» вкладывается смысл: «толчок», «побуждающая» причина. Понятием импульса силы в особенности часто пользуются, когда анализируют действие кратковременных, так называемых «мгновенных» сил. Называя величину $m\mathbf{v}$ импульсом, имеют в виду, что величина $m\mathbf{v}$ указывает интенсивность и направление толчка, который нужно было бы сообщить материальной точке m , чтобы «мгновенно» перевести ее из состояния покоя в движение со скоростью \mathbf{v} . Можно также сказать, что величиной $m\mathbf{v}$ измеряется толчок, который произвела бы материальная точка, если ее «мгновенно» затормозить до состояния покоя.

Второй закон механики содержит еще и следующую мысль:

Если к телу приложено одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает телу определяемое вторым законом ускорение так, как если бы других сил не было.

Это утверждение иногда называют *принципом независимости действия сил*. Решая задачи механики методами Ньютона, этим принципом приходится широко пользоваться. При умелом подходе применение этого принципа может оказаться чрезвычайно полезным при решении трудных задач. Если к телу приложена всего одна сила, то все же нередко представляется удобным разбить эту силу на две или три слагающие, геометрической суммой которых являлась бы заданная сила. Так, например, если тело при своем движении должно оставаться на некоторой жесткой поверхности, то почти всегда представляется полезным разбить приложенную к телу силу на две составляющие: одну, которая направлена по касательной к этой поверхности, и другую, которая направлена по нормали к поверхности; понятно, что эта вторая составляющая не сообщит телу численного увеличения скорости и проявится в давлении, которое тело при своем движении будет оказывать на поверхность.

Действие силы сказывается не только независимо от действия других приложенных к телу сил, но также независимо от того, пребывало ли ранее тело в покое или же двигалось с некоторой скоростью. Скорость, сообщаемая приложенной к телу силой, геометрически складывается со скоростью инерциального движения тела. Примером этого может служить движение брошенного тела (в пустоте): для любого момента времени вектор скорости брошенного тела геометрически складывается из вектора начальной (сообщенной телу при бросании) скорости, сохраняемой телом по инерции, и направленной вертикально вниз скорости падения тела (движение брошенного тела подробно рассматривается в § 14).

Как было показано в § 4, ускорение \mathbf{j} всегда можно разложить на два компонента: на тангенциальное ускорение j_{τ} (по касательной к траектории) и на центростремительное ускорение j_r (по радиусу кривизны). Соответственно и движущую силу $\mathbf{F} = m\mathbf{j}$ всегда можно разложить на две составляющие: на *тангенциальную силу F_{τ}* , на

правленную по касательной к траектории и проявляющуюся в изменении численного значения скорости, и на *центростремительную силу* F_r , направленную по главной нормали к центру кривизны и проявляющуюся в изменении направления движения, в отклонении тела от прямолинейной траектории, по которой тело стремится двигаться вследствие инерции:

$$F_\tau = mj_\tau, \quad F_r = mj_r.$$

Вспоминая выведенные в § 4 выражения для тангенциального и центростремительного ускорений, получаем нижеследующие формулы для тангенциальной и центростремительной сил:

$$F_\tau = m \frac{dv}{dt}, \quad (6)$$

$$F_r = \frac{mv^2}{R}. \quad (7)$$

Воспользовавшись понятием угловой скорости ω (§ 5) и учитывая, что $v = \omega R$, формулу для центростремительной силы можем переписать так:

$$F_r = m\omega^2 R. \quad (8)$$

Если уравнение второго закона относить не к отдельной материальной частице, а к телу в целом, то даже в весьма простых задачах механики часто приходится сталкиваться со случаем, *когда масса тела не остается постоянной* во время движения. Представим себе, например, что на совершенно гладкой скользкой палубе корабля лежит канат, один конец которого спущен в воду; под действием неизменной по величине силы — под действием тяжести части каната, свисающей через борт, — канат будет сползать с палубы; это движение будет ускоренным; чтобы правильно вычислить ускорение, надо учесть, что масса, которой сообщается ускорение, во время движения уменьшается. Важным примером движения, когда масса не остается постоянной, является полет ракеты.

В последние годы в связи с развитием реактивной техники механика тел переменной массы приобрела большое значение. Пионером в этой области был профессор Петербургского университета И. В. Мещерский, опубликовавший в 1897 г. монографию «Динамика точки переменной массы». Законы полета ракет были впервые подробно теоретически исследованы русским ученым Константином Эдуардовичем Циолковским.

Следует иметь в виду, что ньютоново уравнение

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

при изменяемой массе относится к случаю, когда прирост или уменьшение массы m происходит за счет присоединения (или отделения)

частиц массы, бывших неподвижными (или становящихся неподвижными).

Для самого общего случая, когда изменение массы происходит за счет частиц, имеющих некоторую абсолютную скорость v' , совмещение второго и третьего законов Ньютона приводит, как показал Мещерский, к формуле

$$\frac{d(mv)}{dt} = F + v' \frac{dm}{dt}. \quad (9)$$

По правилу дифференцирования произведения двух функций

$$\frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt};$$

подставляя это выражение в формулу (9), мы видим, что при $v=v'$ вторые члены в левой и правой частях получающегося уравнения сокращаются. Стало быть, если присоединяемые (или отделяемые) частицы массы не были неподвижны (или не становятся неподвижными), но, наоборот, имеют в момент присоединения (или отделения) ту же скорость, что и главная масса m (т. е. когда $v'=v$), то, несмотря на изменяемость массы m , в этом частном случае мы можем пользоваться уравнением

$$F = m \frac{dv}{dt}.$$

Введем относительную скорость присоединяемых (или отделяемых) масс

$$w = v' - v$$

(что удобно, например, при анализе движения ракеты); тогда наиболее общее уравнение (9) можно свести к «школьной» формулировке второго закона Ньютона [к уравнению (2)]:

$$m \frac{dv}{dt} = F + F', \quad \text{где } F' = w \frac{dm}{dt}.$$

Здесь F' есть «сила реакции», действующая на массу m вследствие отделения или присоединения к ней частиц массы.

§ 13. Различные понимания второго закона механики

Имеются разногласия в понимании и в оценке значения второго закона Ньютона.

Вслед за Э. Махом, который в книге «Механика», опубликованной в 1883 г., предпринял попытку радикального пересмотра основных положений ньютоновой механики, многие физики стали рассматривать второй закон Ньютона как определение понятий массы или силы, а не как обобщение наблюдений и экспериментов.