вался одним термином — «quantitas materiae» («количество материи»), который равнозначен слову «масса».

Первое доказательство справедливости сделанного выше утверждения о равенстве инертной и тяготеющей масс дают законы падения Галилея, из которых вытекает независимость ускорения силы тяжести от специального выбора падающего тела. Но, разумеется, эти опыты могли оказаться недостаточно точными. Поэтому справедливость высказанного выше утверждения проверялась позднее Ньютоном, затем Бесселем и венгерским физиком Этвешем. По Бесселю, разница между инертной и тяготеющей массой во всяком случае не превосходит 1/20 000; по Этвешу, она не может быть более 1/10 000 000. Таким образом, утверждение о равенстве инертной и тяготеющей масс следует рассматривать как точный закон природы. В ньютоновой механике равенство обеих масс принимается как экспериментальный факт.

Приняв точку зрения Ньютона-физика, мы, однако, отвергаем идеи Ньютона-философа; согласившись с разумностью определения понятий силы и массы на основе статического способа их измерения, приняв, таким образом, второй закон как опытный факт, а не как определение, мы вовсе не обязаны рассматривать силу как некую таинственную первопричину движений, к чему был склонен Ньютон в своих философских рассуждениях. Первопричиной движений является само движение; одна форма движения переходит в другие формы движения. Силы служат нам средством распознавания и средством исследования этих процессов перехода и преобразования движений. Силы существуют реально в своем проявлении как промежуточное звено этого перехода, но, когда их хотят рассматривать как первопричину движений, они становятся фикцией.

«Представление о силе заимствовано, как это признается всеми,... из проявлений деятельности человеческого организма по отношению к окружающей его среде. Мы говорим о мускульной силе,... о секреторной силе желез и т. д., ... сочиняем столько же сил, сколько существует различных явлений...» (Ф. Энгельс, Диалектика природы). По мере роста наших познаний относительно сущности изучаемых явлений, представление о силах отступает на второй план в сравнении со многими другими постепенно обнаруживаемыми величинами, которые более полно характеризуют какое-либо интересующее нас явление.

§ 14. Движение под действием постоянной силы

Чтобы показать, как применяются законы Ньютона для решения задач динамики, рассмотрим два примера: прямолинейное движение под действием постоянной силы и движение брошенного тела. Оба случая являются важными сами по себе.

Когда действующая на тело сила изменяется при движении тела и когда вследствие этого движение оказывается сложным, часто обнаруживается возможность для коротких промежутков времени считать силу приближенно постоянной, что позволяет применить для анализа движения на отдельных участках траектории выведенные ниже простые формулы.

Прямолинейное движение под действием постоянной силы. При неизменной величине и при неизменном направлении сила и, очевидно, ускорение сохраняют *постоянную* по численному значению и по направлению величину во все время движения; если при этом сила направлена по движению, то скорость растет (ускорение j положительно), движение *равноускоренное*; если же сила направлена противоположно движению, то скорость убывает (ускорение j отрицательно), движение *равнозамедленное*.

Камень, отпущенный (уроненный) без толчка, движется равноускоренно по вертикали вниз под действием постоянной силы тяжести. Камень, брошенный вертикально вверх, движется сначала равнозамедленно, а достигнув наивысшей точки, движется затем вниз равноускоренно.

В технике мы часто встречаем случаи, когда в первом приближении для выполнения ориентировочных расчетов движение можно считать равноускоренным или равнозамедленным. Так, например, можно говорить о равноускоренном движении поезда при его отправлении со станции и о равнозамедленном движении его при торможении перед остановкой.

Рассмотрим прямолинейное равноускоренное или равнозамедленное движение и найдем, как изменяются скорость и пройденный путь в такого рода движении.

Пусть в некоторый начальный момент времени точка имеет скорость v_0. Так как ускорение j представляет изменение скорости за единицу времени, то через t секунд скорость изменится на величину $j \cdot t$ и, следовательно, скорость в момент t будет:

$$v = v_0 + jt. \tag{10}$$

Чтобы рассчитать пройденный за время t путь, заметим, что хотя скорость во время движения возрастает или убывает, но ввиду равномерности ее изменения мы можем для вычисления пройденного расстояния считать движение в промежутке времени от 0 до t происходящим с некоторой *средней* для этого промежутка времени скоростью $v_{\text{средн}}$. Ее находим как среднее арифметическое между начальной скоростью v_0 и конечной $v_0 + jt$, а именно:

$$v_{\text{средн}} = \frac{v_0 + (v_0 + jt)}{2} = v_0 + \frac{jt}{2}.$$

Тогда пройденный за время t путь выразится произведением $v_{\text{средн}} \cdot t$, т. е.

$$s = v_0 t + \frac{jt^2}{2}. \tag{11}$$

Это и есть *уравнение движения* при $j = \text{const}$.

Если начальная скорость $v_0 = 0$, то формулы упрощаются:

$$v = jt, \quad s = \frac{jt^2}{2}.$$

Особенный интерес представляет случай движения тел под действием силы тяжести.

1. Если тело у р о н е н о (отпущено без толчка), то оно будет равноускоренно двигаться вертикально вниз. Это движение определяется формулами

$$v = gt, \quad s = \frac{gt^2}{2},$$

где g — ускорение силы тяжести, равное 981 *см/сек*^{2}. Из этих двух формул, исключая время t, можно определить конечную скорость тела при падении с высоты h:

$$v=\sqrt{2gh}. \tag{12}$$

2. Если тело брошено вертикально вниз с начальной скоростью v_0, то

$$v=v_0+gt, \quad s=v_0t+\frac{gt^2}{2}.$$

3. Если тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0, то, считая направление вверх положительным, а вниз — отрицательным (так что $j=-g$), имеем:

$$v=v_0-gt, \quad s=v_0t-\frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда легко найти время наивысшего поднятия t' и наибольшую высоту $s_{\text{макс}}$. В самом деле, полагая $v=0$, находим: $t'=\frac{v_0}{g}$, а подставив это значение во вторую формулу, найдем: $s_{\text{макс}}=\frac{v_0^2}{2g}$.

Движение брошенного тела. Рассмотрим полет снаряда, брошенного с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту (рис. 15) Направим ось X горизонтально, а ось Y вертикально и разложим начальную скорость v_0 на горизонтальную составляющую $v_0\cos\alpha$ и вертикальную составляющую $v_0\sin\alpha$.

Так как сила тяжести P горизонтальной составляющей не имеет, то горизонтальная скорость v_x остается постоянной:

$$v_x=v_0\cos\alpha.$$

Абсцисса x определится как путь, пройденный в равномерном движении со скоростью $v_0\cos\alpha$:

$$x=v_0\cos\alpha\cdot t. \tag{13}$$

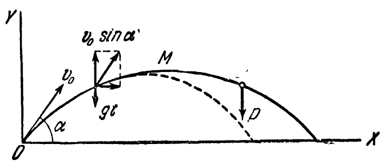

Рис 15. Полет снаряда, брошенного под углом α к горизонту. Пунктиром показана баллистическая кривая.

Вертикальная составляющая скорости v_y меняется со временем: она представляет собой разность между вертикальной составляющей начальной скорости $v_0\sin\alpha$, направленной вверх, и скоростью, получаемой снарядом под действием силы тяжести, направленной вниз и численно равной gt, т. е.

$$v_y=v_0\sin\alpha-gt.$$

Ордината y найдется как разность между перемещением в равномерном движении вертикально вверх со скоростью $v_0\sin\alpha$ и, значит, численно равным $v_0\sin\alpha\cdot t$ и перемещением по вертикали вниз в равноускоренном движении под действием силы тяжести, численно равным $\frac{gt^2}{2}$, так что

$$y=v_0\sin\alpha\cdot t-\frac{gt^2}{2}. \tag{14}$$

Определим время наивысшего подъема t', максимальную высоту $y_{\text{макс}}$ и дальность полета $x_{\text{макс}}$. Так как в точке M наивысшего подъема вертикальная состав ляющая скорости равна нулю, то из уравнения для v_y

$$t' = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Вставляя в уравнение (14) $t = t'$ и в уравнение (13) $t = 2t'$, получим высоту и дальность полета:

$$y_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

$$x_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

При заданной начальной скорости v_0 $x_{\text{макс}}$ будет иметь наибольшее значение, если $\sin 2\alpha = 1$, т. е. при $\alpha = 45°$. Значит, наибольшая дальность

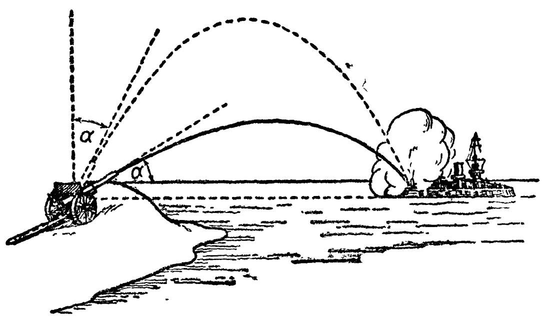

Рис. 16. Навесная и настильная стрельба.

полета снаряда получается при угле подъема, равном 45°. Далее, так как $\sin 2\alpha = \sin(180° - 2\alpha) = \sin 2(90° - \alpha)$, то дальность при данной начальной скорости v_0 будет одна и та же при угле бросания α и $90° - \alpha$; значит, существуют *две* траектории, двигаясь по которым брошенное тело попадает в одну и ту же точку. Одну из них (более пологую) называют *настильной*, другую — *навесной* (рис. 16).

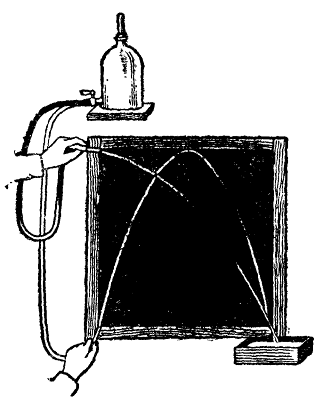

Рис. 17. Простейшая демонстрация траектории брошенного тела.

Исключая время из уравнений (13) и (14), получаем уравнение траектории снаряда — *параболу*:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \tag{15}$$

(рис. 17).

Уравнения выведены в предположении, что воздух не оказывает сопротивления движению брошенного тела. При больших начальных скоростях такое предположение не может быть принято, и в приведенные уравнения должны быть введены существенные поправки. Траектория уже не будет параболой; ее нисходящая ветвь оказывается значительно круче восходящей (так называемая баллистическая кривая); дальность и высота полета значительно уменьшаются.