

тами, то, применяя принцип возможных перемещений, нет необходимости рассматривать «силы связей» (давления и натяжения, передаваемые связями, и реакции связей), так как, как было доказано в предыдущем параграфе, суммарная работа этих сил при всяком перемещении всегда будет равна нулю. Это право игнорирования сил жестких (недеформируемых) связей крайне упрощает решение многих задач статики, позволяя при применении принципа возможных перемещений ограничиваться рассмотрением одних только внешних сил и силы трения.

Отбрасывая работу сил связи, которая в сумме для всех материальных точек равна нулю, и сохраняя для компонентов приложенных сил прежние обозначения  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , принцип возможных перемещений аналитически можно выразить следующей формулой:

$$\sum (X_i \delta x_i + Y_i \delta y_i + Z_i \delta z_i) \leq 0. \quad (7)$$

Здесь, как было отмечено выше, знак равенства относится к случаю «удерживающих» (двусторонних) связей, тогда как для «неудерживающих» (односторонних) связей наряду со знаком равенства может иметь место и знак неравенства.

Уравнение (7) является наиболее общим уравнением равновесия.

Принцип возможных перемещений можно рассматривать как следствие закона сохранения энергии. Действительно, если в начальный момент все тела системы были неподвижны, а в последующее время они пришли в движение, то это означает, что приложенные к телам силы произвели работу, равную возникшей кинетической энергии. Кинетическая энергия не может возникнуть, и следовательно, система будет пребывать в равновесии, если для всякого возможного перемещения работа всех приложенных к телам сил (внешних и внутренних) равна нулю или меньше нуля.

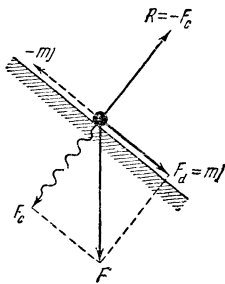
Принцип возможных перемещений был установлен задолго до того, как был открыт и общепризнан закон сохранения энергии; поэтому в свое время был предложен ряд доказательств справедливости этого принципа, подчиняющих этот принцип другим, подтвержденным на опыте утверждениям.

В дальнейшем мы применим принцип возможных перемещений к расчету условий равновесия некоторых простейших механизмов.

## § 25. Принцип Даламбера и релятивистское понимание инерции

Как показал Даламбер, для решения задач динамики искусственно можно воспользоваться методами статики. Такое упрощение задач динамики достигается тем, что наряду с *фактически* действующими в системе силами рассматривают некоторые *фиктивные*, т. е. несуществующие, воображаемые силы. Это делается следующим образом.

Пусть материальная точка с массой  $m$  находится под действием приложенной к ней силы  $F$ , например силы тяжести (рис. 37). Эта приложенная к материальной точке сила частью (компонент  $F_d$ ) проявляется динамически, создавая ускорение  $j$ , частью (компонент  $F_c$ ) проявляется статически в давлении, которое материальная точка оказывает на связи, или в натяжении, которое она создает в связях. Компонент приложенной силы  $F_c$ , проявляющийся статически, Даламбер назвал *потерянной силой*. Действительно, эта геометрическая часть приложенной к материальной точке силы не влияет на ускорение материальной точки, и в этом смысле она является «потерянной». По третьему закону Ньютона, поскольку материальная точка действует на связи с силой  $F_c$ , то и связи действуют на материальную точку с равной, но противоположно направленной силой  $R$ ; эту силу  $R$  называют *реакцией связи*. Таким образом, с одной стороны, мы можем считать, что ускорение  $j$  создается динамическим компонентом приложенной силы:



$$F_d = mj;$$

Рис. 37.  $F_c$  — потерянная сила,  $(-mj)$  — даламберова сила.

с другой стороны, мы можем считать, что то же самое ускорение  $j$  создается совокупно всеми действующими на материальную точку силами, а на материальную точку действуют сила  $F$  и, помимо того, реакция связей  $R$ ; следовательно,

$$F + R = mj.$$

Мы видим, что *динамический компонент приложенной силы представляет собой равнодействующую приложенной силы и реакции связей*.

Последнее уравнение можно переписать следующим образом:

$$F - mj = R.$$

Представим себе, что такие уравнения написаны для всех материальных точек. Умножим каждое из них на возможное элементарное перемещение материальной точки и на косинус угла между направлением этого перемещения и направлением реакции связей. Сложим теперь все такие уравнения, выписанные для всех материальных точек. Тогда в правой части мы получим суммарную работу сил связи, которая, как было доказано в § 24, равна нулю. Следовательно, и сумма членов левой части уравнения тоже равна нулю. Мы получаем, таким образом, уравнение Даламбера, которое, поль-

зуюсь выражением работы через компоненты сил [§ 18, формула (5)], можно написать так:

$$\sum \left[ \left( X_i - m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \right) \delta x_i + \left( Y_i - m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} \right) \delta y_i + \right. \\ \left. + \left( Z_i - m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} \right) \delta z_i \right] = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$ ,  $\delta z_i$  суть компоненты любых *возможных* перемещений, т. е. перемещений, допускаемых связями системы.

Уравнение Даламбера является удобным для решения прикладных задач динамики и в то же время в аналитической механике оно служит основой для вывода ряда других важных своей общностью и полезных в практике уравнений (например, уравнений Лагранжа).

Изложенный метод Даламбер сформулировал в виде принципа, как бы сводящего динамику к статике. Сопоставляя уравнения (7) и (8), легко видеть, что эти два уравнения — одно, являющееся основой статики, и другое, выражающее принципы динамики, — во многих отношениях аналогичны. Уравнение Даламбера можно было бы уподобить уравнению статики, если бы на материальные точки системы, помимо действительно приложенных к ним сил, действовали силы, равные произведению массы на ускорение и направленные противоположно ускорению. Эти в действительности не существующие фиктивные силы —  $m_1 \mathbf{j}_1$ ,  $-m_2 \mathbf{j}_2$  и т. д. мы будем называть *силами Даламбера*.

Как уже было сказано выше, динамический компонент  $m\mathbf{j}$  приложенной силы  $\mathbf{F}$  всегда представляет собой геометрическую сумму приложенной силы  $\mathbf{F}$  и реакции связей  $\mathbf{R}$  (рис. 37). Поэтому, если бы к действующим на материальную точку силам мы присоединили еще даламберову силу, равную  $m\mathbf{j}$ , но направленную противоположно, то влияние сил  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{R}$  оказалось бы устраненным и точка должна была бы двигаться по инерции или оставаться в покое:

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{R}_i + (-m_i \mathbf{j}_i) = 0.$$

Можно сказать поэтому, что в случае движения механической системы *присоединение даламберовых сил к реально действующим силам позволяет условно считать все силы в системе уравновешенными*.

Во многих книгах силы Даламбера называют *силами инерции по Даламберу* или даже просто силами инерции. Мы будем употреблять термин «сила инерции» только в ньютоновом смысле, т. е. для обозначения реальной силы  $m_i \mathbf{j}_i$ , которая представляет собой *противодействие*, оказываемое телом  $m_i$ , когда связи или другие тела изменяют его состояние движения. Ясно, что сила инерции в ньютоновом понимании отличается от даламберовой силы тем, что: 1) сила инерции есть реальная сила, а даламберова сила является вымыслом; 2) сила инерции  $m_i \mathbf{j}_i$  приложена к связям или другим

телам, а не к телу  $m_i$ , даламберову же силу воображают приложенной к телу  $m_i$ .

Итак, с ньютоновой точки зрения, даламберовы силы не только не являются силами инерции, но вообще не существуют, представляют собой фикцию, вымысел, который никакой реальности не отвечает. Тем не менее представление о вымышленных (фиктивных) силах Даламбера оказалось очень удобным; оно помогает сжато формулировать некоторые уравниения аналитической механики [подобно приведенной выше формулировке уравнения (8)]. Ясно, что ньютоново понимание реальных сил инерции не исключает широкого использования, где это удобно, даламберовых фиктивных сил. Кажалось бы, здесь ничто не должно было порождать недоразумения и какие-либо разногласия. На деле же оказалось, что затронутый вопрос стал одним из самых спорных, и в разных руководствах он поныне освещается с разных позиций.

Применение одного и того же термина «силы инерции» к столь разным понятиям, как ньютоновы силы инерции и даламберовы силы, постоянно приводит к недоразумениям, которые, вероятно, не исчерпаются до тех пор, пока не установится традиция выражать представление о ньютоновых и даламберовых силах отчетливо различающимися терминами.

Однако дело здесь не ограничивается простой несогласованностью терминов. За двойственным использованием термина «сила инерции» скрывается борьба разных философских подходов к пониманию «реальности» и «фиктивности». В данном случае, как это было отмечено Э. Махом, противоположность понятий «реальности» и «фиктивности» при определенных условиях ступшевывается и как бы исчезает. В связи с этим понятию инерции в теории относительности дано истолкование, существенно отличающееся от ньютонова. Это естественно, так как в теории относительности по-иному ставится вопрос о *реальности* величин. Там о реальности говорится в смысле наблюдаемости и учитывается, что все наблюдаемое нами в высокой мере зависит от способа наблюдения; если ньютонова механика различает истинный взгляд на вещи от кажущегося восприятия вещей, то для теории относительности все кажущиеся восприятия, выдержавшие определенный математический экзамен, в равной мере истинны, все они одинаково отвечают реальности; существование же *абсолютной, объективной* реальности, не зависящей от способа наблюдения, отрицается (считается «не имеющей физического смысла»). Если в ньютоновой механике сила, например сила тяжести, есть объективная реальность, а даламберовы силы суть фикция, вымысел, то в теории относительности и сила тяжести и даламберовы силы трактуются как одинаково условные понятия.

Например, представим себе, что наблюдатель, находящийся в вагоне поезда, движущегося ускоренно, не знает, что он вместе со всеми предметами, имеющимися в вагоне, приобретает ускорение  $j$

(в системе координат, связанной с железнодорожным полотном). Этот наблюдатель, понятно, заметит все те явления, которые для указанного примера уже были перечислены на стр. 49, т. е. он заметит, что незакрепленные предметы вдруг приобрели по отношению к вагону ускорение —  $j$ , а закрепленные стали в том же направлении оказывать давление на опоры —  $mj$ . Вообразим, что указанный наблюдатель не только не знает, что вагон движется ускоренно, но почему-либо убежден, что ускорения нет. Такой наблюдатель, не зная истинной причины замеченных им явлений, может сделать вывод, что сам он и все предметы в вагоне вдруг оказались под действием силы —  $mj$ . Даламберовы силы представляются упомянутому наблюдателю как силы объективно существующие.

Хотя наблюдателю в системе отсчета, движущейся с ускорением, даламберовы силы могут показаться существующими объективно, однако он не обнаружит для них сил противодействия, которые, по третьему закону Ньютона, вызываются любой реально действующей силой. На основе факта, что даламберовы силы не порождают сил противодействия, упомянутый наблюдатель должен был бы догадаться, что он неправильно истолковал проявление инерции предметов в вагоне и что даламберовы силы фиктивны. Но, как справедливо указал Эйнштейн, упомянутый наблюдатель имеет право и иначе истолковать отсутствие сил противодействия, а именно: он может предположить, что обнаруженные им даламберовы силы созданы внешним полем тяготения. Тогда свою систему отсчета (вагон, движущийся ускоренно) он должен будет считать частью более широкой системы.

Итак, факт проявления инерции при ускорении вагона упомянутый наблюдатель, отрицая наличие ускорения  $+j$ , может истолковать как проявление поля тяготения, создавшего ускорение  $-j$ . Такая схема трактовки инерции родственна идеям общей теории относительности.

Представление о даламберовых силах, как выражающих кажущееся проявление инерции в системах отсчета, движущихся с ускорением, оказалось чрезвычайно удобным для обоснования общей теории относительности. Общая теория относительности с большой точностью предсказала ряд явлений (о некоторых из них сказано в т. III). Вследствие фундаментального значения общей теории относительности в руководствах по теоретической физике при изложении не только теории относительности, но и ньютоновой механики стремятся меньше пользоваться ньютоновым пониманием инерции и широко используют представление о даламберовых силах. Это обеспечивает сжатость изложения и, при необходимых оговорках, само по себе, конечно, не приводит к каким-либо философски неправильным интерпретациям механики. Но, к сожалению, при указанном подходе нередко делаются обобщения, ведущие к отрицанию материалистического понимания реальности.

Здесь следует в дополнение к сказанному в § I отметить, что нужно отличать основные, объективно правильные схемы явлений от условных схем, представляющих только математическое удобство. Можно указать немало примеров успешного использования в физике условных схем и фиктивных понятий. Такие схемы чаще всего вводят, чтобы удобнее было проводить аналогии. Так, для вычисления магнитных сил часто пользуются представлением о «магнитных зарядах», причем учение о взаимодействии таких «магнитных зарядов» оказывается аналогичным электростатике. Однако в действительности никаких магнитных зарядов нет, что в корне отличает магнитные явления от электрических.

Примером такой же *условной*, чисто умозрительной схемы может служить предложенная Даламбером замена задач динамики задачами статики посредством введения в уравнения механики фиктивных даламберовых (в отличие от реальных — ньютоновых) сил инерции.

Условные схемы, применяемые в узких рамках, часто полезны. Но когда забывают их вымышленный характер и ставят их наряду с основными схемами, которые *объективно верно отражают главную взаимосвязь явлений*, это может привести к идеалистическим извращениям науки.

Увлечение схемами, даже наилучшими, всегда сопряжено с риском, что изучаемые явления окажутся искусственно обедненными, утратившими свое истинное многообразие.

Схематизирование явления, его изоляция от существующих влияний, отвлечение от неисчерпаемой сложности всякого явления необходимы нам только как ступени познания. Схема полезна, пока она играет вспомогательную роль при анализе явления. Схема становится вредной, опасной, когда в увлечении ею перестают видеть за схемой всю сложность явления, когда схема ослепляет и заслоняет собой те стороны явления, которые не предусмотрены ею.

Люди, недостаточно опытные в науке, нередко чрезмерно увлекаются схемами и, в частности, условными схемами, «схемами по аналогии». Это происходит от недооценки взаимосвязи явлений и может развить склонность к схоластике. Опытные люди, напротив, часто оказываются стихийными диалектиками: опытность прежде всего сказывается в умении правильно понять всю сложность явления, не упустить его конкретные особенности.

Следует заметить, однако, что опытность не влияет на позицию физиков-махистов. Махисты отрицают существование абсолютной истины, они отрицают возможность точного и полного познания действительной, истинной картины явлений. Они считают, что задача физики принципиально ограничена схематизированным описанием явлений; поэтому они безоговорочно применяют сколь угодно искусственную, совершенно условную схему, если она кажется им обес-

печивающей «экономии мышления». Вопрос о том, приближает ли нас та или иная схема к познанию истинной картины явлений или же только подменяет ее воображаемой, но далекой от истины картиной, для них не существует, так как они считают единственным критерием истинности удобство математического «описания фактов». Это и создает почву для рискованных, а иногда даже и просто ошибочных физико-философских обобщений.

Делались предложения установить некоторые как бы компромиссные или «расширенные» трактовки сил инерции. Эти предложения, неизбежно связанные с коренным пересмотром механики, не имеют, однако, под собой объективной почвы, так как, основываясь на экспериментальных данных, в настоящее время можно указать только две области, где ньютонова механика нуждается в уточнении; это, во-первых, динамика движений со скоростями, близкими к скорости света, и, во-вторых, механика микрочастиц. Какие-либо иные субъективные поправки и перестройки ньютоновой механики остаются малооправданными.

---