Для тракторов, движущихся по обыкновенным дорогам, коэффициент трения скольжения колес по дороге может изменяться примерно от $^1/_5$ до $^4/_5$, поэтому сила тяги трактора составляет, в зависимости от дороги и вида поверхности колес, одну, две, три и даже четыре пятых веса трактора.

Для скольжения стальных бандажей колес паровоза по стальным рельсам коэффициент трения примерно равен $^1/_6$. Поэтому сила тяги паровоза составляет одну шестую сцепного веса паровоза.

При скорости движения 20—40 *км/час* сопротивление железнодорожного состава качению (с учетом трения в осях при нормальной смазке) может быть принято равным примерно $^1/_{300}$. Следовательно, по горизонтальному пути паровоз может тянуть за собой поезд, вес которого в 300 раз превышает силу тяги паровоза, а так как сила тяги паровоза составляет примерно $^1/_6$ сцепного веса паровоза, то вес поезда (включая паровоз) может при строгой горизонтальности пути в 50 раз превышать сцепной вес паровоза. Железнодорожный путь стремятся делать возможно приближающимся к горизонтальности, так как даже при небольшом подъеме в полградуса (это часто встречающаяся крутизна для магистралей) паровоз может тянуть за собой поезд, вес которого примерно только в 20—30 раз превышает сцепной вес паровоза.

При подъеме пути сопротивление, оказываемое поездом движению с равномерной скоростью, слагается из двух частей: из сопротивления качению и горизонтальной составляющей веса поезда.

Если угол подъема пути, измеренный в радианах, есть α, то горизонтальная составляющая веса поезда будет равна $P\cdot\sin\alpha$, или при малых углах подъема приближенно $P\cdot\alpha$ (принято подъемы пути измерять в «тысячных», т. е. указывать, какому числу тысячных долей радиана равняется α, общепринятое обозначение одной тысячной: $1^0/_{00}$). Нормально подъемы на железнодорожных магистралях не превышают $8—9^0/_{00}$; на подъездных железнодорожных ветках встречаются подъемы до $40^0/_{00}$

На сопротивлении качению сказывается трение катания и трение в осях. Трение скольжения в осях сказывается тем слабее чем больше радиус колеса R в сравнении с радиусом оси (цапфы) r. В итоге сопротивление качению поезда или повозки при суммарном весе P равно

$$F_{\text{сопр}} = k_{\text{сопр. кач}}\cdot P,$$

где

$$k_{\text{сопр. кач}} = \frac{k_{\text{кат}}}{R} + \frac{k_{\text{смаз. осей}}\cdot r}{R}.$$

При подъеме пути сопротивление возрастает на величину $P\cdot\sin\alpha$.

Приводим *коэффициенты сопротивления качению повозок* по различным дорогам (при обычном радиусе колес, нормальной смазке осей и небольшой для данного вида повозки скорости движения):

Вагоны по железнодорожным рельсам	0,003—0,005
Трамваи по рельсам городских железных дорог . .	0,005—0,007
Экипажи с железными шинами по асфальтовой дороге	0,015
» » резиновыми » » » »	0,025
» » железными » » булыжной мостовой	0,03—0,05
» » » » » грунтовой дороге .	0,08—0,16

§ 27. Удар

Ударом называют внезапное изменение состояния движения тела вследствие столкновения его с другим телом. Во время удара оба тела претерпевают изменение формы (деформацию). Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации и в той или иной мере в энергию молекулярного движения; удар приводит к передаче и, вообще говоря, к перераспределению энергии между соударяющимися телами.

Процесс удара можно разделить на две фазы. В течение первой фазы происходит сближение тел; оба тела производят работу против сил реакции; их общая кинетическая энергия уменьшается; относительная скорость уменьшается до нуля. Вслед за этим наступает вторая фаза: телá начинают удаляться друг от друга, восстанавливая свою форму, при этом реакции совершают положительную работу, кинетическая энергия системы растет, относительная скорость, переменив знак, возрастает по абсолютной величине, наконец, телá отделяются, и этим заканчивается процесс удара.

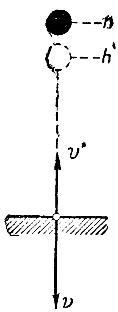

Рис. 41. К определению ε по отскоку шарика.

Наблюдения показывают, что относительная скорость после удара v' не достигает своей прежней численной величины v. Это объясняется тем, что на практике мы никогда не имеем дела с идеально упругими телами и идеально гладкими поверхностями. Отношение численной величины нормальной (по отношению к поверхности соприкосновения) составляющей относительной скорости после удара к ее величине до удара называют *коэффициентом восстановления* $\varepsilon = \frac{v'_n}{v_n}$.

Коэффициент восстановления проще всего можно определить, наблюдая высоту отскока шарика при падении его на горизонтальную плоскость. Если упругий шарик падает с высоты h на упругую горизонтальную плоскость (рис. 41), то

$$\varepsilon = \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}}.$$

Приводим *значения* ε *для некоторых материалов* по наиболее точным измерениям В. В. Райковского (1952):

Алюминий об алюминий	0,23
Бронза о бронзу	0,4
Чугун о чугун	0,6
Сталь о сталь	0,7
Пластмасса полистирол о сталь	0,95

Если для сталкивающихся тел $\varepsilon = 0$, то такие тела называют абсолютно неупругими.

Если $\varepsilon = 1$, то сталкивающиеся тела носят название абсолютно упругих. В действительности для всех тел коэффициент ε имеет значения, заключенные между 0 и 1. Однако на практике в ряде случаев можно с большой точностью использовать идеализацию абсолютно упругих и абсолютно неупругих тел.

Прямую *nn*, проходящую через точку соприкосновения (рис. 42) и нормальную к поверхности их соприкосновения, называют *линией удара*. Когда линия удара проходит через центры тяжести обоих тел, то удар называют *центральным*. (Удар между однородными шарами всегда будет центральным.)

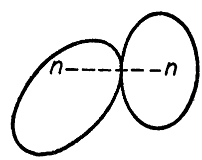

Рис. 42. Линия удара *nn*.

Если до удара оба тела двигались по линии удара, удар называется *прямым*, в противном случае — *косым*.

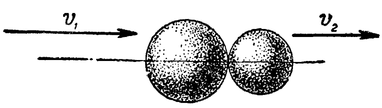

Рис. 43. Прямой центральный удар шаров.

Для прямого центрального удара тел с массами m_1 и m_2 (рис. 43), имевших до удара скорости v_1 и v_2, а после удара — скорости v_1' и v_2', по закону сохранения количества движения

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'. \qquad (3)$$

Удар абсолютно неупругих тел ($\varepsilon=0$). В этом случае оба тела движутся после удара как одно целое, с одной и той же скоростью $v_1'=v_2'=u$, поэтому из выражения (3)

$$u=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}. \qquad (4)$$

Так как при ударе неупругих тел они деформируются и эта деформация не восстанавливается, то часть кинетической энергии теряется: она идет на работу деформации. До удара кинетическая энергия была $\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}$, а после удара она стала $\frac{(m_1+m_2)u^2}{2}$, или, подставляя значение u из формулы (4): $\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}$.

Следовательно, потеря кинетической энергии, или *работа деформации*, равна

$$E_{\text{деф}}=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}-\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2. \qquad (5)$$

Для случая, чаще всего встречающегося на практике, а именно, когда одно из тел, например первое, до удара неподвижно ($v_1=0$), обозначая кинетическую энергию ударяющегося тела через $E\left(=\frac{m_2v_2^2}{2}\right)$, из (5) получаем

$$E_{\text{деф}}=E\frac{m_1}{m_1+m_2}. \qquad (5a)$$

На практике применяют удар для работ двоякого рода. Работы первого рода состоят в изменении формы тел (деформации), например при ковке, чеканке и штамповке металла, при раздроблении тел и т. д. Из приведенной формулы видно, что в этом случае выгодно, чтобы масса неподвижного тела (m_1) была больше массы ударяющего тела (m_2) (поэтому, в частности, наковальни делают возможно более массивными).

Работы второго рода состоят в перемещении тел после удара и преодолении при этом сопротивлений, как, например, при забивке свай в землю, вбивании гвоздей, клиньев и т. д. В этом случае используется энергия $E—E_{деф}$ и выгодно, чтобы масса неподвижного тела была мала в сравнении с массой ударяющего тела.

Удар абсолютно упругих тел ($\varepsilon = 1$). При ударе упругих тел к концу первой фазы удара, которую можно назвать *фазой сжатия*, скорости обоих тел, как и при неупругом ударе, принимают одинаковые значения. Следовательно, изменение (алгебраическое приращение) скорости первого тела будет $u - v_1$, а второго $u - v_2$. Так как в течение второй фазы (*фазы восстановления*) импульсы взаимных реакций тел будут вследствие полной упругости и полного исчезновения деформации такие же, как и в течение первой фазы, то и изменения (алгебраические приращения) скоростей тел в течение этой второй фазы будут такие же, как и в течение первой. Поэтому полное приращение скорости первого тела к концу удара будет $2(u - v_1)$, а второго тела $2(u - v_2)$; скорости тел после удара будут:

$$v_1' = v_1 + 2(u - v_1) = 2u - v_1, \quad v_2' = v_2 + 2(u - v_2) = 2u - v_2.$$

Подставив сюда вместо u его значение из формулы (4), получим:

$$v_1' = \frac{2m_2v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{2m_1v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}. \tag{6}$$

Эти соотношения можно получить также, присоединяя к (3) уравнение сохранения кинетической энергии соударяющихся абсолютно упругих тел.

Из выражения (6) следует, что:

Когда *массы обоих тел равны* ($m_1 = m_2$), то *после удара они обмениваются своими скоростями* ($v_1' = v_2$ и $v_2' = v_1$). В случае, если одно тело до удара было в покое, то после удара двигавшееся тело остановится, а первоначально покоящееся будет двигаться со скоростью ударившего тела.

Когда масса одного из тел, находящегося в покое, *несравненно больше массы другого* (например, $m_1 \gg m_2$), то неподвижное большое тело, получившее удар, останется в покое, а ударившее его малое тело отскочит от него с первоначальной скоростью в противоположную сторону ($v_1' = 0$ и $v_2' = -v_2$).

Среди других вопросов, связанных с ударом, интересным является также вопрос о времени соударения (продолжительности удара).

Герц (1881 г.), исходя из теории упругости, предложил теорию деформации тел при ударе, в которой решается также вопрос и о времени соударения. Для характеристики порядка величин приведем один результат расчета: для двух латунных шариков диаметром около 2½ *см* при относительной скорости около 7 *см/сек* продолжительность удара получается порядка двух десятитысячных долей секунды, а при скорости 7 *м/сек* — около одной десятитысячной доли секунды.

Опыты Гамбургера (1886 г.) и русских исследователей Нелюбова (1902 г.) и Динника (1909 г.) дали хорошее совпадение с теорией Герца для стальных шаров; к мало упругим и неупругим телам теория Герца не применима.

Для иллюстрации влияния масс и размеров шаров на время удара интересно также провести такое сопоставление: в то время как при обычных условиях опыта время соударения двух стальных шариков составляет десятитысячные доли секунды, процесс удара двух стальных шаров, имеющих размеры Земли, при начальной скорости 1 *км/сек* длился бы несколько часов.