ность вычислить суммарную силу тяготения $2F$ между шарами M_1 и m_1 и между шарами M_2 и m_2. Точное определение расстояния между центрами шаров не представляло труда. Вычисленное Кэвендишем значение гравитационной постоянной только на 1% отличалось от того, которое было получено на основании последующих опытов.

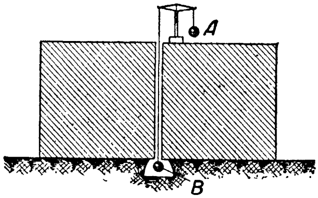

Рис 47. Схема опытов Рихарца по определению гравитационной постоянной.

В 1898 г. Рихарц, по идее Жолли, применил другой способ для вычисления гравитационной постоянной. Схема опытов Рихарца показана на рис. 47. К концам коромысла весов подвешены два шара A и B, которые имеют (если учитывать также и нити, на которых они подвешены) равные массы. Эти шары должны были бы уравновешивать друг друга, но один из них A находится *над* свинцовой плитой в 100 *т*, которая своим притяжением увеличивает вес этого шара, а другой шар B находится *под* свинцовой плитой, которая своим притяжением на ту же величину уменьшает вес этого шара; поэтому коромысло весов отклоняется — шар A перевешивает. По величине отклонения коромысла весов можно судить о силе тяготения между шарами и свинцовой плитой. Этот способ определения гравитационной постоянной считается наиболее точным.

Найдено, что (в единицах CGS) $f=6{,}670\cdot 10^{-8}$.

§ 30. Зависимость веса и ускорения силы тяжести от высоты и географической широты местности

Как известно, вес представляет собой силу, с которой тело давит на опору вследствие тяготения к Земле.

По второму закону механики вес P какого-либо тела связан с ускорением g свободного падения и с массой m этого тела соотношением

$$P = mg. \tag{2}$$

Вес тела обусловлен результирующей всех сил притяжения между каждой частицей тела и Землей. Поэтому вес всякого тела должен быть пропорционален массе этого тела, как это и есть в действительности. Если пренебречь влиянием суточного вращения Земли, то по ньютонову закону тяготения вес определяется формулой

$$P = f\frac{Mm}{R^2}, \tag{3}$$

где f — гравитационная постоянная, M — масса Земли, R — расстояние тела от центра Земли. Формула (3) показывает, что вес тела уменьшается по мере удаления от земной поверхности. Средний радиус Земли равен 6371 *км*, поэтому при поднятии на 1 *км* вес уменьшается в отношении $\left(\frac{6371}{6371+1}\right)^2 \approx 1 - \frac{2}{6371}$, т. е. на 0,00032 своей величины.

Так как земная кора по плотности неоднородна, то в местностях, под которыми в глубине земной коры лежат плотные породы, сила тяжести несколько больше, чем в местностях (при той же географической широте), ложе которых составляют менее плотные породы. Массивы гор вызывают отклонение отвеса в сторону гор.

Сопоставляя уравнения (2) и (3), получаем выражение для ускорения силы тяжести без учета влияния вращения Земли:

$$g = f\frac{M}{R^2}. \tag{4}$$

Каждое тело, спокойно лежащее на поверхности Земли, участвуя в суточном вращении Земли, очевидно, имеет общее с данной местностью центростремительное ускорение $\boldsymbol{j}_r$, лежащее в плоскости, параллельной экватору, и направленное к оси вращения (рис. 48). Сила $\boldsymbol{F}$, с которой Земля притягивает какое-либо тело, спокойно лежащее на ее поверхности, частью проявляется статически в давлении $\boldsymbol{P}$, которое тело оказывает на опору (эту составляющую и называют «весом» $\boldsymbol{F}_c = \boldsymbol{P}$); другая геометрическая составляющая $\boldsymbol{F}_d$ силы $\boldsymbol{F}$ проявляется динамически, сообщая телу центростремительное ускорение, вовлекающее его в суточное вращение Земли. Для экватора это ускорение является наибольшим; для полюсов оно равно нулю. Поэтому, если какое-либо тело перенести с полюса на экватор, то оно несколько «потеряет в весе».

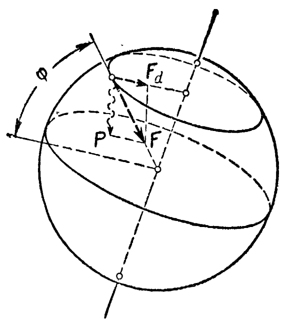

Рис. 48. Вследствие вращения Земли сила притяжения к Земле имеет статическую (вес P) и динамическую составляющие.

Если бы Земля имела точно шарообразную форму, то потеря в весе на экваторе была бы равна:

$$\Delta P = F_d = \frac{mv^2}{R},$$

где v — окружная скорость на экваторе. Пусть T означает число секунд в сутках, тогда

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{и} \quad \Delta P = 4\pi^2 R \frac{m}{T^2}.$$

Отсюда, учитывая, что $P = mg$, находим относительную потерю в весе:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} = 0{,}0034.$$

Следовательно, если бы Земля имела точно шарообразную форму, то каждый килограмм массы, перенесенный с полюса Земли на экватор, потерял бы в весе примерно 3½ *г* (это можно было бы обнаружить, производя взвешивание на пружинных весах). Действительная потеря в весе еще больше (около $5^1/_8$ *г*), так как Земля имеет несколько сплюснутую форму и ее полюсы расположены ближе к центру Земли, чем местности, лежащие на экваторе.

Центростремительное ускорение суточного вращения лежит в плоскости, параллельной экватору (рис. 48); оно направлено под углом φ к радиусу, проведенному из данной местности в центр Земли (φ — широта местности). Центростремительную силу $\boldsymbol{F}_d$ мы рассматриваем как одну составляющую силы тяготения $\boldsymbol{F}$, вес $\boldsymbol{P}$ — как другую геометрическую составляющую той же силы $\boldsymbol{F}$. Следовательно, направление *отвесной линии* для всех местностей, кроме экватора и полюсов, не совпадает с направлением прямой, проведенной к центру Земли. Однако угол между ними мал, потому что центростремительная составляющая силы тяготения мала в сравнении с весом. Происшедшее вследствие суточного вращения сжатие Земли как раз таково, что отвесная линия (а не прямая, проведенная к центру Земли) всюду перпендикулярна к поверхности Земли. По форме Земля представляет собой *трехосный эллипсоид.*

Наиболее точные *размеры земного эллипсоида*, вычисленные под руководством проф. Ф. Н. Красовского, таковы:

средний радиус (радиус шара, равновеликого по объему земному эллипсоиду)	6371,118 *км*
полярное сжатие	1:298,3
экваториальное сжатие Земли	1:300

Для вычисления ускорения силы тяжести g в зависимости от географической широты местности φ, а следовательно, и для определения веса тел на высоте уровня моря ($P = mg$) Международным геодезическим конгрессом в 1930 г. принята формула

$$g = 978{,}049\,(1 + 0{,}005288 \sin^2 \varphi - 0{,}000006 \sin^2 2\varphi).$$

Приводим значения ускорения силы тяжести для различных широт (на высоте уровня моря):

φ	g в *см/сек*^{2}	φ	g в *см/сек*^{2}
0°	978,05	50°	981,08
10	978,20	60	981,92
20	978,65	70	982,61
30	979,34	80	983,06
40	980,18	90	983,22

На широте 45° («нормальное ускорение») $g = 980{,}665$ *см/сек*^{2}.

Рассмотрим, как изменяется сила тяжести при углублении внутрь Земли. Пусть R_0 — средний радиус земного сфероида. Рассмотрим силу тяготения в точке K, расположенной на расстоянии $R < R_0$ от центра Земли.

Притяжение в этой точке определяется суммарным действием внешнего шарового слоя толщиной $R_0 - R$ и внутренней сферы радиуса R Точный математический расчет показывает, что шаровой слой не оказывает никакого действия на материальные точки, расположенные внутри него, так как силы притяжения, вызываемые отдельными его частями, взаимно уравновешиваются. Таким образом, остается только действие внутреннего сфероида радиуса $R < R_0$ и следовательно, меньшей массы, нежели масса земного шара.

Если бы земной шар был однороден по плотности, то масса внутри сферы определилась бы выражением

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho,$$

где ρ — средняя плотность Земли. В этом случае ускорение силы тяжести, численно равное силе, действующей на единичную массу в поле тяготения будет равно

$$g = f\frac{m}{R^2} = \frac{4}{3}\pi f \cdot \frac{R^3}{R^2} \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi f \rho \cdot R$$

и, следовательно, будет убывать линейно по мере приближения к центру Земли. Ускорение земного притяжения имеет максимальное значение на поверхности Земли.

Однако вследствие того, что ядро Земли состоит из тяжелых металлов (железа, никеля, кобальта) и имеет среднюю плотность более 9 *г/см*^{3}, тогда как средняя плотность земной коры 2,5 *г/см*^{3}, то вблизи поверхности Земли g вначале даже несколько возрастает с глубиной и достигает своего максимального значения на глубине около 40 *км*, т. е. на границе верхних слоев земной коры и рудной оболочки Земли. Далее сила тяжести начинает убывать по мере приближения к центру Земли, но несколько медленнее, чем того требует линейная зависимость.

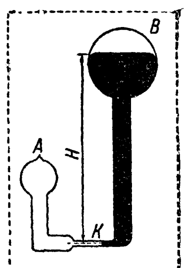

Рис 49. Схема «универсального барометра» Ломоносова.

Представляет значительный интерес история одного из приборов, предназначенных для измерения ускорения силы тяжести. В 1940 г. на международной конференции гравиметристов подвергался рассмотрению прибор немецкого инженера Гаалька. В процессе прений выяснилось что этот прибор принципиально ничем не отличается от так называемого «универсального барометра», сконструированного Ломоносовым и описанного им подробно в работе «Об отношении количества материи и веса», опубликованной в 1757 г. Прибор Ломоносова был устроен следующим образом (рис. 49).

Два шара A и B соединены капиллярной трубкой K. В прибор налита ртуть так, что в шаре B над ртутью пустота, а в шаре A — воздух при давлении p, близком к атмосферному (при изготовлении прибор сначала наполняется ртутью через отверстие в шаре A, которое потом запаивается). Прибор заключен в футляр, наполняемый тающим льдом, так что давление воздуха в шаре A остается постоянным. Высота ртутного столба H определяется выражением $H = \frac{p}{\rho g}$. Она зависит только от величины ускорения свободного падения g. Вследствие весьма большой величины отношения диаметра шара B к диаметру капилляра K (≈ 20000) даже малое понижение уровня ртути в шаре B вызовет сильное изменение границы ртути в капилляре K, что позволяет учитывать весьма незначительные изменения ускорения свободного падения.