

§ 31. Вычисление массы Солнца, Земли и планет

Массу Солнца M можно найти из условия, что тяготение Земли к Солнцу проявляется в качестве центростремительной силы, удерживающей Землю на ее орбите (орбиту Земли для упрощения мы будем считать окружностью):

$$f \cdot \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}.$$

Здесь m — масса Земли, r — среднее расстояние Земли от Солнца. Обозначая продолжительность года в секундах через T , имеем. $v = \frac{2\pi r}{T}$. Таким образом

$$f \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

откуда, подставляя числовые значения f , T и r ($r \cong 149\,500\,000$ км = $149,5 \cdot 10^{11}$ см), находим массу Солнца:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{f \cdot T^2} = 1,98 \cdot 10^{33} \text{ г} = 1,98 \cdot 10^{27} \text{ т}$$

Ту же формулу можно применить для вычисления массы какой-либо планеты, имеющей спутника. В этом случае r — среднее расстояние спутника от планеты, T — время его обращения вокруг планеты, M — масса планеты. В частности, по расстоянию Луны от Земли и числу секунд в месяце указанным способом можно определить массу Земли.

Массу Земли можно определить также, приравнявая вес какого-либо тела к тяготению этого тела к Земле, за вычетом той составляющей тяготения, которая проявляется динамически, сообщая данному телу, участвующему в суточном вращении Земли, соответствующее центростремительное ускорение (§ 30). Необходимость указанной поправки отпадает, если для такого вычисления массы Земли мы воспользуемся тем ускорением тяжести, которое наблюдается на полюсах Земли ($g' = 983,22$). Тогда, обозначив через R средний радиус Земли ($R = 6371,2$ км) и через M — массу Земли, имеем:

$$f \cdot \frac{mM}{R^2} = mg',$$

откуда масса Земли

$$M = \frac{R^2 \cdot g'}{f} = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ г} = 5,98 \cdot 10^{21} \text{ т}.$$

Если среднюю плотность земного шара обозначить через $\rho_{\text{средн.}}$ то, очевидно, $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho_{\text{средн.}}$. Отсюда средняя плотность земного шара получается равной $5,5$ г/см³.

Средняя плотность минеральных пород верхних слоев Земли равна примерно $2,5$ г/см³. Стало быть, ядро земного шара должно иметь плотность, значительно превышающую $5,5$ г/см³.

Исследование вопроса о плотности Земли на различных глубинах было предпринято Лежандром и продолжено многими учеными. По выводам Гутенберга и Гаалька (1924 г.) на различных глубинах имеют место примерно следующие значения плотности Земли:

В центре земного шара (глубина 6370 км)	10—11 г/см ³
На глубине 3000 км	6—9 »
» » 1200 »	4—5 »
» » 60 »	3,1—3,6 »
В поверхностном слое	2,5 »

Давление внутри земного шара, на большой глубине, по-видимому громадно. Многие геофизики считают, что уже на глубине 100 км давление должно достигать 20 000 атмосфер, т. е. 20 т на квадратный сантиметр. В ядре Земли, на глубине около 3000 и более километров давление, возможно, достигает 1—2 млн. атмосфер.

Что касается температуры в глубине земного шара, то достоверно, что она выше 1100° С (температура лавы). В шахтах и буровых скважинах температура повышается в среднем на один градус на каждые 33 м. Предполагают, что на глубине около 100 км температура доходит до 1500—2000° и далее остается постоянной.

Полная теория движения планет, излагаемая в небесной механике, позволяет вычислить массу планеты по наблюдениям того влияния, которое

данная планета оказывает на движение какой-либо другой планеты. В начале прошлого столетия были известны планеты Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран. Было замечено, что движение Урана обнаруживает некоторые «неправильности», которые указывали на то, что за Ураном находится ненаблюдаемая планета, влияющая на движение Урана. В 1845 г. французский ученый Лаверье

и независимо от него англичанин Адамс, исследовав движение Урана, вычислили массу и местоположение планеты, которую еще никто не наблюдал. Только после этого планета была найдена на небе как раз в том месте, которое было указано вычислениями; эта планета была названа Нептуном.

В 1914 г. астроном Ловелл аналогичным путем предсказал существование еще одной планеты, находящейся еще дальше от Солнца, чем Нептун. Только в 1930 г. эта планета была найдена и названа Плутоном.

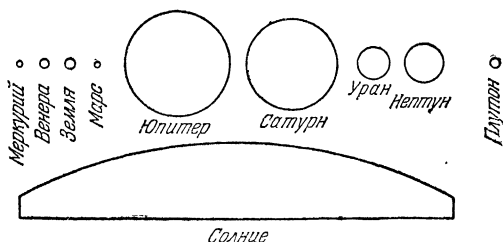


Рис. 50. Относительные размеры Солнца и планет.

Основные сведения о больших планетах

Планета	Расстояние от Солнца (большая полуось орбиты в км)	Время обращения вокруг Солнца (в годах)	Масса планеты в сравнении с массой Земли ¹⁾	Объем планеты в сравнении с объемом Земли	Радиус планеты (экваториальный, в км)	Средняя плотность вещества планеты	Ускорение тяжести на поверхности планеты по сравнению с земным
Меркурий	57 873 000	0,24	0,055	0,05	2 421	5,6	0,38
Венера	108 141 000	0,61	0,817	0,88	6 096	5,16	0,89
Земля	149 504 000	1	1	1	6 378	5,53	1
Марс	227 798 000	1,88	0,107	0,15	3 392	3,95	0,38
Юпитер	777 841 000	11,86	318	1312	71 373	1,34	2,54
Сатурн	1 426 097 000	29,46	95,0	762	60 399	0,71	1,06
Уран	2 869 132 000	84,02	14,6	59	24 847	1,36	0,96
Нептун	4 495 692 000	164,79	17,3	46	26 499	2,22	1,00
Плутоны	5 899 051 000	247,7	0,94	1	6 400	5,2	0,91

¹⁾ Масса Земли без Луны в 333 432 раза меньше массы Солнца. Масса Земли вместе с Луной в 329 390 раз меньше массы Солнца.

В приведенной таблице содержатся основные сведения о девяти больших планетах солнечной системы. Рис. 50 иллюстрирует относительные размеры Солнца и планет.

Кроме перечисленных больших планет, известно около 1300 весьма малых планет, так называемых астероидов (или планетоидов) Их орбиты в основном находятся между орбитами Марса и Юпитера.

§ 32. Потенциальная энергия и потенциал тяготения

Какова бы ни была природа сил взаимодействия (тяготение, электрическое или магнитное взаимодействие), потенциальную энергию взаимодействия тел (или частиц) измеряют как работу, производимую силами взаимодействия при расчленении системы тел (или частиц), т. е. при удалении их

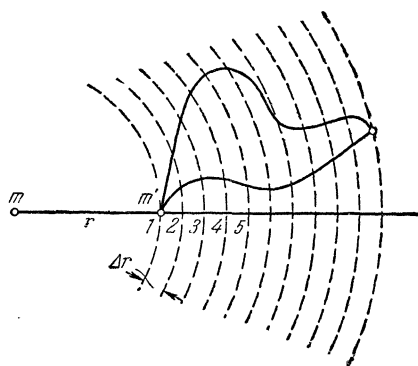


Рис. 51. Работа тяготения не зависит от пути перемещения.

на бесконечно большое расстояние друг от друга. Так как при расчленении системы тяготеющих тел силы тяготения не производят работы, но, наоборот, приходится совершать работу против сил тяготения, то очевидно, что потенциальная энергия тяготения представляет собой величину отрицательную.

Подсчитаем, чему равна потенциальная энергия взаимодействия двух частиц, массы которых m и m' и которые удалены друг от друга на расстояние r . По закону Ньютона эти частицы

тяготеют друг к другу с силой $F = f \frac{mm'}{r^2}$. Мы должны вычислить работу, потребную для удаления частиц на бесконечно большое расстояние друг от друга. Покажем прежде всего, что эта работа не зависит от пути, по которому одну частицу удаляют от другой.

Допустим, что одна из частиц, например m , остается неподвижной; представим себе, что вокруг этой неподвижной частицы как центра проведено бесчисленное множество сфер с радиусами, постепенно возрастающими от r до бесконечности (рис. 51). Какова бы ни была форма траектории, по которой частицу m' удаляют от m , сила тяготения все время остается направленной по радиусу к m . Работа перемещения частицы m' по какой-либо сфере, в центре которой находится m , равна нулю, так как в этом случае сила тяготения перпендикулярна к элементу пути. Работу против тяготения приходится затрачивать только тогда, когда мы переводим частицу m' с одной сферы на другую, имеющую больший радиус.