шара потенциал убывает на половину указанной величины, т. е. в центре шара потенциал равен

$$V_{(0)}=-\frac{3}{2}f\frac{M}{R}.$$

В какой-либо точке внутри шара однородной плотности на расстоянии r от его центра потенциал тяготения определяется формулой

$$V_{(r)}=-\frac{3}{2}f\frac{M}{R}\left(1-\frac{r^2}{3R^2}\right). \tag{13}$$

Напряженность поля тяготения внутри шара однородной плотности всюду направлена к центру и определяется формулой

$$\frac{F}{m}=\frac{Mr}{R^3}. \tag{14}$$

Следовательно, *каждая частица шара притягивается к центру шара с силой, пропорциональной расстоянию частицы от центра шара* (рис. 53).

§ 34. Потенциальная энергия системы частиц

Формулы (6) и (10) определяют потенциальную энергию взаимодействия одной из частиц системы с остальными частицами системы. Чтобы вычислить потенциальную энергию системы в целом, нужно подсчитать работу, которая может быть «произведена» [1]) частицами системы при их удалении в бесконечность.

Допустим, что система состоит из двух масс (частиц) m_1 и m_2, расположенных в точках A_1 и A_2, где потенциалы соответственно равны V_1 и V_2, причем потенциал V_2 в точке A_2, где находится масса m_2, вызван массой m_1, а потенциал V_1 — массой m_2. Потенциальную энергию взаимодействия этих двух масс можно подсчитать двумя способами. Мы можем представить себе, что вторая масса остается неподвижной, а первая удаляется от нее. Перемещаясь от места, где потенциал равен V_1, в место, настолько удаленное от второй массы, что потенциал поля там равен нулю, эта первая масса может выполнить работу [2]) m_1V_1. Когда эта первая масса удалится на бесконечно большое расстояние от второй, то очевидно, что теперь становится возможным перемещать вторую массу как угодно, не затрачивая на это перемещение никакой работы. Таким образом, работа m_1V_1, полученная при удалении первой массы, представляет собой потенциальную энергию взаимодействия двух масс: $U = m_1V_1$. Но с таким же правом мы могли бы предполагать, что первая масса остается неподвижной, а удаляется вторая масса. Тогда мы пришли бы к выводу, что $U = m_2V_2$. Следовательно, можно написать:

$$U=\frac{1}{2}(m_1V_1+m_2V_2).$$

Допустим, что система состоит из трех масс (частиц) m_1, m_2 и m_3, расположенных в точках, где потенциалы соответственно равны V_1, V_2, V_3. Пусть массы m_1 и m_2 остаются неподвижными, а масса m_3 удаляется в бесконечность; при этом будет произведена (в алгебраическом смысле) работа m_3V_3; для тех точек

---

[1]) Мы говорим здесь о «производстве работы» в алгебраическом смысле. Как мы знаем, потенциал тяготения V является величиной отрицательной в соответствии с тем, что при удалении массы из поля тяготения работа не совершается, а, напротив, для удаления массы из поля тяготения работа должна быть затрачена.

[2]) См. предыдущее примечание.

поля, где расположены оставшиеся массы, потенциалы при отсутствии третьей массы обозначим через V'_1 и V'_2; как было показано, потенциальная энергия взаимодействия двух оставшихся масс равна

$$\frac{1}{2}(m_1V'_1+m_2V'_2).$$

Следовательно

$$U=\frac{1}{2}(m_1V'_1+m_2V'_2)+m_3V_3.$$

Теперь подсчитаем потенциальную энергию взаимодействия тех же трех масс другим способом, а именно: предположим, что масса m_3 остается неподвижной, а удаляются первые две массы причем так, что взаимное расположение двух удаляемых масс сохраняется неизменным. При этом будет произведена работа $m_1(V_1-V'_1)+m_2(V_2-V'_2)$. Присоединяя сюда потенциальную энергию взаимодействия двух удаляемых масс, находим, что

$$U=\frac{1}{2}(m_1V'_1+m_2V'_2)+m_1(V_1-V'_1)+m_2(V_2-V'_2).$$

Поступая аналогично тому, как и в случае двух масс, т. е. сложив оба полученных выражения для U и разделив результат пополам, находим (после очевидных сокращений):

$$U=\frac{1}{2}(m_1V_1+m_2V_2+m_3V_3).$$

Приведенное рассуждение нетрудно продолжить для четырех, пяти и вообще какого угодно числа масс:

$$U=\frac{1}{2}\sum mV. \tag{15}$$

На основе интегрального исчисления формулу (15) можно применить для вычисления потенциала «сплошного тела» самого на себя.

Для однородного по плотности шара такое вычисление дает:

$$U=-\frac{3}{5}f\frac{M^2}{R}, \tag{16}$$

где M — общая масса шара, R — радиус шара. Следовательно, работа, которая может быть произведена тяготением при образовании шара из бесконечно разреженной материи, обратно пропорциональна радиусу шара.

Формула (16) послужила основанием для так называемой *контракционной*[1]) *гипотезы* раскаленности Солнца и звезд. По предположению, впервые высказанному Кантом и Лапласом и развитому Гельмгольцем, Солнце и планеты образовались вследствие постепенного уплотнения разреженной материи. Если вещество, из которого образовалась солнечная система, вначале имело низкую температуру и было крайне разреженным, то, постепенно стягиваясь вследствие тяготения к центру массы солнечной системы, это вещество должно было нагреваться благодаря превращению потенциальной энергии тяготения (алгебраически убывающей по мере уплотнения вещества) в энергию теплового движения частиц. Возможно, что уплотнение вещества Солнца продолжается поныне. По контракционной гипотезе излучение энергии Солнцем восполняется постепенным сжатием Солнца.

---

[1]) От латинского слова contractio — сжатие.

Зная массу и радиус Солнца и пользуясь формулой (16), можно подсчитать, какое количество потенциальной энергии тяготения должно было превратиться в энергию движения частиц и энергию излучения за все время образования и существования Солнца; оказывается, что каждый грамм массы Солнца должен был выделить 120 млн. джоулей энергии. Если бы лучеиспускание Солнца восполнялось сжатием Солнца, то по истечении несколько более полутора тысяч лет радиус Солнца должен был бы уменьшиться примерно на одну десятитысячную своей величины (ежегодно радиус Солнца должен был бы уменьшаться на 36 *м*). В предыдущее время лучеиспускание Солнца наверно было более интенсивным. Вычисление показывает, что если бы лучеиспускание Солнца восполнялось только (или хотя бы главным образом) за счет сжатия, то Солнце должно было бы охладиться и угаснуть не более как через 20 млн. лет по своем возникновении. Вместе с тем множество фактов указывает на то, что продолжительность свечения звезд и, в частности, Солнца несравненно более велика, она исчисляется биллионами (10^{10}) лет. Поэтому признано, что на основании контракционной гипотезы можно объяснить происхождение только незначительной части энергии, лучеиспускаемой Солнцем.