

ГЛАВА VII
ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 35. Момент силы

В механике твердым телом называется совокупность материальных частиц, взаимное расположение которых остается неизменным. Основные законы механики определяют движение отдельной материальной точки. Поэтому для полного описания движения нетвердого тела, частицы которого не подчинены условию абсолютной неизменности взаимного расположения, надо было бы знать силы, приложенные к каждой частице в отдельности. Для твердого тела в этом нет необходимости. В этом случае любое движение может быть представлено как результат совмещения двух элементарных движений: *поступательного*, при котором *любая линия, мысленно проведенная внутри тела и связанная с его частицами, перемещается параллельно самой себе*, и *вращательного*, при котором *все точки тела описывают окружности вокруг некоторой оси вращения*. Разложение произвольного движения на два движения — поступательное и вращательное — приводит к значительному упрощению и, помимо того, позволяет сформулировать законы вращательных движений твердых тел так, что каждый из этих законов оказывается аналогичным одному из элементарных законов механики.

При поступательном движении траектории всех точек тела параллельны друг другу, а скорости точек одинаковы. Поэтому, зная движение одной какой-либо точки, можно установить положение всего тела в пространстве в любой момент времени. Тело движется поступательно так, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре массы. Примером поступательного движения могут служить: свободное падение тел под действием силы тяжести, движение поршня в цилиндре теплового двигателя и т. п.

При вращательном движении угловая скорость и угловое ускорение одинаковы в каждый данный момент для всех частиц тела. В связи с неизменностью взаимного расположения частиц линейные скорости и линейные ускорения пропорциональны расстоянию частиц от оси вращения. Этим определяется та исключительная роль, которую играет расстояние частиц от оси вращения в динамике вра-

щательных движений твердого тела: расстояние от оси вращения r входит в скрытой форме во все уравнения вращательных движений. В явной форме оно не участвует в этих уравнениях, но оно содержится в тех величинах, которые здесь заменяют понятия силы и массы. В динамике вращательных движений вместо сил и масс рассматриваются моменты сил и моменты инерции.

Исторически представление о моменте силы зародилось и приобрело конкретный характер в статике и динамике твердых тел; здесь отчетливо выявились польза и важность понятия момента силы.

Если на твердое тело, имеющее закрепленную ось вращения, действует сила F , приложенная в точке A (рис. 54), то очевидно, что составляющая F_1 этой силы, параллельная оси вращения, никакого вращательного эффекта дать не может, и только другая составляющая, лежащая в плоскости, перпендикулярной к оси вращения, F_2 , дает вращательный эффект, который тем более значителен, чем больше кратчайшее расстояние между прямой, по которой действует сила, и осью вращения.

Поэтому *моментом силы относительно оси называют произведение, составленное из проекции силы (на плоскость, перпендикулярную к оси) и кратчайшего расстояния между прямой, по которой действует сила, и осью.*

Момент силы относительно оси рассматривают как вектор, направленный по оси туда, куда нужно смотреть, чтобы видеть силу обращенной в сторону движения часовой стрелки (т. е. на рис. 54 вниз).

Рассмотрим действие на твердое тело двух равных, но противоположно направленных сил, не лежащих на одной прямой. Такие две силы не могут быть заменены одной равнодействующей. Они не могут вызвать поступательного движения тела ни в каком направлении, но они вызовут вращение тела около некоторой оси, перпендикулярной к плоскости, в которой лежат обе силы.

Действительно, эти силы как равные и противоположно направленные при любом поступательном перемещении тела (когда тело перемещается параллельно самому себе) производят работу, в сумме равную нулю; следовательно, эти силы не могут сообщить телу кинетической энергии поступательного движения, а значит, они и не могут вызвать это движение. Но при вращении суммарная работа указанных сил не равна нулю, поэтому они способны привести тело во вращение.

Итак, две равные, параллельные и противоположно направленные силы (*пара сил*, или, как часто говорят, просто «пара») представ-

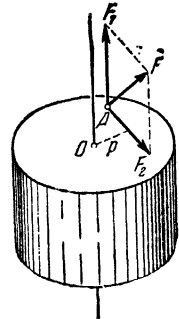


Рис. 54. Момент силы F относительно оси численно равен $F_2 r$.

ляют собой совершенно особый, неприводимый к одной силе динамический элемент.

Назовем *плечом* пары кратчайшее расстояние между линиями действия сил, составляющих пару.

Вращательное действие пары всегда определяется произведением силы на плечо. Это произведение называют *моментом пары*. Момент пары рассматривают как вектор, перпендикулярный к плоскости пары и направленный туда, куда нужно смотреть, чтобы видеть силы обращенными в сторону движения часовой стрелки.

Пара сил, действующая на свободное твердое тело, где бы ни были приложены силы, составляющие пару, вращает тело вокруг оси, проходящей через центр массы тела и перпендикулярной к плоскости пары. Действительно, геометрическая сумма сил, составляющих пару, равна нулю, поэтому центр массы тела должен оставаться в покое (стр. 95).

§ 36. Кинетическая энергия вращательного движения. Момент инерции

Кинетическая энергия вращающегося тела равна сумме кинетических энергий всех частиц тела:

$$E_{\text{кин}} = \sum \frac{m_i v_i^2}{2},$$

где m_i — масса какой-либо частицы, а v_i — ее линейная (окружная) скорость, пропорциональная расстоянию r_i данной частицы от оси вращения. Подставляя в это выражение $v_i = \omega r_i$ и вынося за знак суммы общую для всех частиц угловую скорость ω , находим:

$$E_{\text{кин}} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2.$$

Эту формулу для кинетической энергии вращающегося тела можно привести к виду, аналогичному выражению кинетической энергии поступательного движения, если ввести величину так называемого *момента инерции* тела. Моментом инерции материальной точки называют произведение массы точки на квадрат расстояния ее от оси вращения. Момент инерции I тела есть сумма моментов инерции всех материальных точек тела ¹⁾:

$$I = \sum m_i r_i^2. \quad (1)$$

¹⁾ Если вместо конечного числа n материальных точек мы будем иметь сплошное тело, то можно разделить его на элементарные массы dm ; тогда сумма конечного числа слагаемых перейдет в сумму бесконечно большого числа их и момент инерции выразится интегралом

$$I = \int r^2 dm.$$