

моментом инерции оказывается устойчивым, а вращение около оси со средним моментом инерции — неустойчивым. Так, если палочку подвесить за конец на нити и другой конец нити привести в быстрое вращение при помощи центробежной машины (рис. 65, а), то палочка будет вращаться в горизонтальной плоскости около вертикальной оси, перпендикулярной к длине палочки и проходящей через ее середину. Это и есть свободная ось вращения, причем момент инерции палочки при таком положении оси — максимальный.

Точно так же будет вращаться в горизонтальной плоскости тяжелое кольцо или диск (рис. 65, б).

Понятие о свободной оси вращения имеет большое значение для техники. Именно, надо заставлять вращающиеся части машины вращаться около их свободных осей, или, как говорят, надо хорошо их центрировать, иначе давление на ось, особенно при больших скоростях, может иметь вредные последствия вплоть до поломки машины.

### § 38. Закон сохранения момента количества движения

Обратимся к основному уравнению динамики вращательного движения

$$M = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}$$

и рассмотрим частный случай, когда на тело либо вовсе не действуют внешние силы, либо они таковы, что их равнодействующая не дает момента относительно оси вращения ( $M=0$ ). Тогда

$$d(I\omega) = M dt = 0.$$

Но если изменение величины  $I\omega$  равно нулю, то, следовательно, сама величина  $I\omega$  остается постоянной:

$$L = I\omega = \text{const.} \quad (16)$$

Итак, если на тело не действуют внешние силы (или результирующий момент их относительно оси вращения равен нулю), то момент количества движения тела относительно оси вращения остается неизменным. Этот закон носит название закона сохранения момента количества движения относительно оси вращения

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих закон сохранения момента количества движения.

Гимнаст во время прыжка через голову (рис. 66) поджимает к туловищу руки и ноги. Этим он уменьшает свой момент инерции,



Рис 66. Сальто-мортале.

а так как произведение  $I\omega$  должно оставаться неизменным, то угловая скорость вращения  $\omega$  возрастает, и в краткий промежуток времени, пока гимнаст находится в воздухе, он успевает сделать полный оборот.

Шарик привязан к нити, наматываемой на палку; по мере того как уменьшается длина нити, уменьшается момент инерции шарика и, следовательно, возрастает угловая скорость.

Ряд интересных опытов можно проделать, встав на платформу, вращающуюся на шарикоподшипнике (скамья Жуковского). На рис. 67 и 68 изображены некоторые из этих опытов.

Сопоставляя уравнения, выведенные в последних параграфах, с законами прямолинейного поступательного движения, легко заметить, что формулы, определяющие вращательное дви-

жение около неподвижной оси, аналогичны формулам для прямолинейного поступательного движения.

В следующей таблице сопоставлены основные величины и уравнения, определяющие эти движения:

Поступательное движение (прямолинейное)	Вращательное движение (около неподвижной оси)
Масса . . . . . $m$	$I$ . . . . . момент инерции
Путь . . . . . $l$	$\varphi$ . . . . . угол поворота
Скорость . . . . . $v = \frac{dl}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ . . . . . угловая скорость
Ускорение . . . . . $j = \frac{dv}{dt}$	$\epsilon = \frac{d\omega}{dt}$ . . . . . угловое ускорение
Количество движения . . . $mv$	$I\omega$ . . . . . момент количества движения
Сила . . . . . $F$	$M$ . . . . . момент силы
Основное уравнение . . . $\begin{cases} t = mj \\ F = \frac{d(mv)}{dt} \end{cases}$	$\begin{cases} M = I\epsilon \\ M = \frac{d(I\omega)}{dt} \end{cases}$ . . . . . основное уравнение
Работа . . . . . $Fl$	$I\omega\varphi$ . . . . . работа
Кинетическая энергия . . $\frac{mv^2}{2}$	$\frac{I\omega^2}{2}$ . . . . . кинетическая энергия

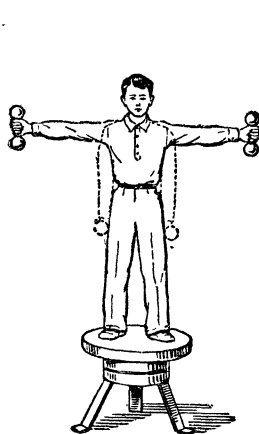


Рис. 67 Вращение человека, стоящего на скамье Жуковского. ускорится, если он опустит руки и замедлится если он их поднимет.



Рис. 68. Если мы поднимем велосипедное колесо над головой и приведем его во вращение, то сами вместе с платформой начнем вращаться в противоположную сторону.

**Гироскопы. Реактивный гироскопический эффект.** Твердое тело, вращающееся с большой угловой скоростью вокруг оси полной симметрии (свободной оси), называют *гироскопом*. По закону сохранения в е к т о р а момента количества движения *гироскоп стремится сохранить направление своей оси вращения неизменным в пространстве и проявляет тем большую устойчивость* (т. е. оказывает тем большее сопротивление повороту оси вращения), *чем больше его момент инерции и чем больше угловая скорость вращения*.

Когда мы, удерживая на вытянутых руках какое-либо массивное неподвижное тело, сообщаем ему движение, например слева направо,

то развиваемая телом сила инерции двигает нас в противоположном направлении. Проявление сил инерции вращающегося гироскопа, когда мы поворачиваем его ось вращения, оказывается более сложным и на первый взгляд неожиданным. Так, если мы, удерживая в руках горизонтально направленную ось вращения гироскопа, станем один конец

оси приподнимать, а другой опускать, т. е. поворачивать ось в вертикальной плоскости, то почувствуем, что ось оказывает давление на руки *не* в вертикальной, а в горизонтальной плоскости, прижимая одну нашу руку и оттягивая другую. Если при рассмотрении справа вращение гироскопа видно происходящим по движению часовой стрелки (т. е. момент количества движения гироскопа направлен горизонтально налево), то попытка поднять левый конец оси, опуская вниз правый, вызывает движение левого конца оси в горизонтальной плоскости от нас, а правого — на нас.

Такая реакция гироскопа (так называемый *гироскопический эффект*) объясняется стремлением гироскопа сохранить неизменным свой момент количества движения и притом сохранить его неизменным не только по величине, но и по направлению. Действительно, чтобы при описанном выше повороте оси вращения гироскопа в вертикальной плоскости на угол  $\alpha$  (рис 69) момент количества движения  $L$  геометрически оставался неизменным, гироскоп должен приобрести дополнительное вращение вокруг вертикальной оси с моментом количества движения  $L'$  таким, что геометрически

$$L = L_0 + L' = \text{const.}$$

По указанной причине вращающийся гироскоп, уравновешенный на подвижной оси гирей (рис. 70), приобретает дополнительно

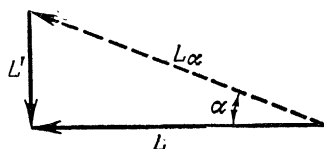


Рис. 69.

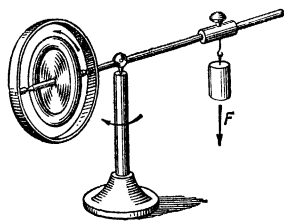


Рис 70

вращение вокруг вертикальной оси, если гирию, уравновешивавшую гироскоп, немного отодвинуть от точки опоры оси (перевешивая, гирия сообщает оси некоторый наклон, что и вызывает обращение оси гироскопа вокруг точки опоры в направлении, которое соответствует направлению вектора  $L'$  на рис. 69).

По той же причине ось волчка приобретает вследствие опрокидывающего действия силы тяжести круговое движение, которое называют *прецессией* (рис. 71).

Итак, если к вращающемуся гироскопу приложить пару сил, стремящуюся повернуть его около оси, перпендикулярной к оси вращения, то гироскоп действительно станет поворачиваться, но только вокруг третьей оси, перпендикулярной к первым двум. Чтобы повернуть вращающийся гироскоп (например, в направлении  $v$ , как показано на рис. 72), нужно к оси гироскопа приложить вращающий момент в плоскости, перпендикулярной к направлению поворота.

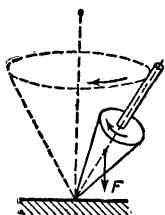


Рис 71. Схема движения волчка.

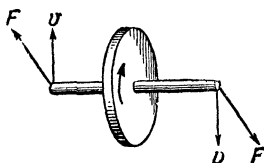


Рис. 72.

Более детальный анализ явлений, аналогичных описанным выше, показывает, что гироскоп стремится расположить ось своего вращения таким образом, чтобы она образовала возможно меньший угол с осью вынуждаемого вращения и чтобы оба вращения совершались в одном и том же направлении.

Это свойство гироскопа используется в гироскопическом компасе, получившем широкое распространение в особенности в военном флоте. Гироскопический компас представляет собой быстро вращающийся волчок (мотор трехфазного тока, делающий до 25 000 об/мин), который на особом поплавке плавает в сосуде со ртутью и ось которого устанавливается в плоскости меридиана. В данном случае источником внешнего вращающего момента является суточное вращение Земли вокруг ее оси. Под его действием ось вращения гироскопа стремится совпасть по направлению с осью вращения Земли, а так как вращение Земли действует на гироскоп непрерывно, то ось гироскопа, наконец, и принимает это положение, т. е. устанавливается вдоль меридиана, и продолжает в нем оставаться совершенно так же, как обычная магнитная стрелка.

Гироскопы часто применяют в качестве стабилизаторов. Их устанавливают для уменьшения качки на океанских пароходах.

Были сконструированы также стабилизаторы для однорельсовых железных дорог; массивный быстро вращающийся гироскоп, помещаемый внутри вагона однорельсовой дороги, препятствует опрокидыванию вагона. Роторы для гироскопических стабилизаторов изготовляют весом от 1 до 100 и более тонн.

В торпедах гироскопические приборы, автоматически действуя на рулевое управление, обеспечивают прямолинейность движения торпеды в направлении выстрела.

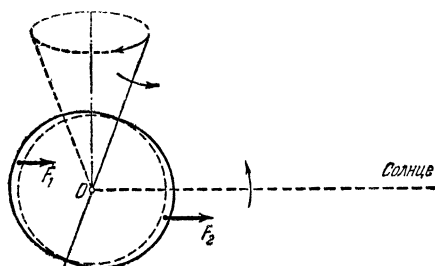


Рис. 73. Прецессия земной оси.

Суточное вращение Земли делает ее подобной гироскопу. Так как Земля представляет собой не шар, а фигуру, близкую к эллипсоиду, то притяжение Солнца создает равнодействующую, не проходящую через центр масс Земли (как было бы в случае шара). Вследствие этого возникает вращающий момент, который стремится повернуть ось вращения Земли перпендикулярно к плоскости ее орбиты (рис. 73). В связи с этим земная ось испытывает прецессионное движение (с полным оборотом примерно за 25 800 лет).

### § 39. Проявление поворотных (кориолисовых) сил инерции

При вращательном движении твердых тел проявляются *центробежные* и в некоторых случаях так называемые *кориолисовы силы инерции*

Ряд примеров проявления центробежной силы инерции уже был рассмотрен нами в § 17

Всякая сила инерции представляет собой реакцию тела, приложенную к связям и возникающую тогда, когда вследствие существования связей телу сообщается какое-либо ускорение. В частности, если телу сообщается поворотное (кориолисово) ускорение (происхождение которого было рассмотрено в § 7), то тело развивает *поворотную (кориолисову) силу инерции*, равную произведению массы тела на поворотное ускорение, направленную противоположно поворотному ускорению и приложенную к связям.

Гироскопический эффект, т. е. сопротивление которое оказывает гироскоп, когда мы поворачиваем его ось вращения, есть не что иное как проявление развиваемой гироскопом поворотной (кориолисовой) силы инерции. Чтобы убедиться, что гироскопические силы и поворотные силы инерции — одно и то же, рассмотрим еще раз с новой точки зрения причины, вызывающие гироскопический эффект.

Допустим, что наблюдатель держит в руках ось (подшипники оси) быстро вращающегося гироскопа и, поворачиваясь, изменяет положение оси гироскопа в пространстве, не изменяя относительно гироскопа положения туловища и рук.