§ 41. Закон Гука. Энергия деформированного тела

Величину деформации оценивают отношением ε изменения размера тела Δx к его первоначальному размеру x:

$$\varepsilon=\frac{\Delta x}{x}.$$

Это отвлеченное число ε, указывающее, на какую часть увеличились или уменьшились размеры тела, называют *относительной деформацией.*

При всестороннем растяжении или сжатии x означает объем V, а Δx означает увеличение или уменьшение объема ΔV, вызванное деформацией $\left(\varepsilon=\frac{\Delta V}{V}\right)$. При продольном растяжении или сжатии x означает длину l. При сдвиге деформацию оценивают углом сдвига θ (см. рис. 78, стр. 168).

Если мысленно рассечь упруго деформированное тело на две части, то одна из этих частей будет действовать на другую с некоторыми силами, распределенными по всему сечению. Силы эти называются *внутренними упругими силами.* Внешние силы, действующие на деформированное тело, уравновешиваются внутренними силами упругости. Величина и направление упругих сил зависят от вида деформации. Тело будет сопротивляться внешним воздействиям до тех пор, пока интенсивность внутренних сил не превзойдет известного предела, после чего тело или потеряет упругие свойства, или разрушится.

Интенсивность упругих сил характеризуют величиной силы, действующей на единицу площади поперечного сечения, взятого в направлении, нормальном или касательном к действующим силам. Эти величины называют *нормальным* и *касательным напряжениями* деформированного тела. При равномерном распределении усилий, для того чтобы найти напряжение p, надо разделить силу F на площадь S поперечного сечения, по которому эта сила распределена:

$$p=\frac{F}{S}.$$

Нормальное напряжение, сжимающее тело, иначе называют давлением.

Когда говорят о давлении или напряжении в какой-либо точке, то условно понимают под «точкой» элементарно малый участок поверхности dS Вследствие предельной малости выделенного таким образом участка поверхности можно считать, что сила dF, действующая на этот участок, распределена по площади участка dS равномерно Поэтому под давлением и напряжением в точке поверхности подразумевают отношение

$$p=\frac{dF}{dS}. \tag{1}$$

Применяют различные единицы для измерения давления. В абсолютной системе CGS единицей силы является 1 дина и единицей площади — 1 *см*^{2}; поэтому единицей давления служит 1 *дина/см*^{2} — так называемая *бария*[1]).

В технике единицей давления часто служит 1 *кГ/м*^{2}.

В качестве единиц давления применяют также физическую и техническую атмосферы. *Физическая* (*нормальная*) *атмосфера* есть то давление, которое своим весом производит столб ртути высотой в 760 *мм*[2]). Нетрудно подсчитать, что физическая атмосфера $\approx 76 \cdot 13{,}6 = 1033$ *Г/см*^{2} $= 1{,}033$ *кГ/см*^{2}. *Технической атмосферой* называют давление в 1 *кГ* на 1 *см*^{2}.

Английский физик Роберт Гук в 1675 г. обнаружил, что *напряжение деформированного тела пропорционально относительной деформации*:

$$p = K\frac{\Delta x}{x}. \tag{2}$$

Коэффициент K называют *модулем упругости*.

Закон Гука справедлив только до известных пределов. При некотором напряжении нарушается прямая пропорциональность между напряжением и деформацией. Это напряжение называют *пределом пропорциональности* (P_p). При несколько большем напряжении, называемом *пределом упругости* (P_r), тело теряет свои упругие свойства; при устранении внешних сил форма тела восстанавливается не полностью; остается так называемая *остаточная деформация*.

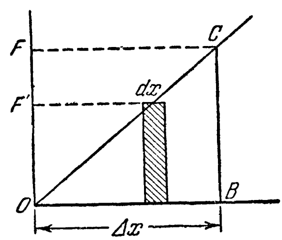

Рис. 77. График работы, совершаемой при деформации.

Если все физические свойства тела, в частности упругие свойства, в любом участке тела одинаковы по всем направлениям, то тело называют *изотропным*. Стекловидные твердые тела обычно изотропны. У кристаллов некоторые физические свойства, в частности упругость, не одинаковы для разных направлений. Такие тела называют *анизотропными*.

Работа внешних сил обращается при упругой деформации тела в потенциальную энергию деформированного тела.

Графически зависимость деформации от действующей силы изображается в пределах применимости закона Гука прямой линией (рис. 77). Придадим деформации элементарно малое приращение dx; для этого нужно затратить работу $F'dx$. На рис. 77 эта работа

[1]) От греческого báros — т я ж е с т ь.

[2]) При плотности ртути 13,5951 *г/см*^{3} (при 0° С) и при ускорении силы тяжести 980,665 *см/сек*^{2} (широта 45° на уровне моря).

изобразится площадью заштрихованной вертикальной полоски. Переходя последовательно от одного состояния к состоянию бесконечно близкому, мы сможем вычислить полную работу U, произведенную внешней деформирующей силой при ее изменении от нуля до F. Эта работа, изображенная на рис. 77 площадью треугольника OBC, будет равна:

$$U=\frac{F\Delta x}{2}.$$

Здесь F — деформирующая сила, а Δx — вызванная ею деформация любого вида. Пользуясь этой формулой, легко вычислить величину потенциальной энергии для каждого случая деформации.

Учитывая, что по закону Гука деформирующая сила F связана с модулем упругости K соотношением $F=K\frac{\Delta x}{x}S$, получаем:

$$U=K\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2\cdot\frac{Sx}{2}. \tag{3}$$

§ 42. Модуль объемной упругости. Сжимаемость

Всестороннему сжатию или растяжению тело подвергнется в том случае, если к поверхности тела со всех сторон будут приложены силы одного и того же напряжения p. Такое же напряжение будет действовать и на любую поверхность, мысленно проведенную внутри тела. Частное от деления этого напряжения p на абсолютную величину относительного изменения объема тела называется *модулем всесторонней объемной упругости*:

$$K=\frac{p}{\left|\frac{\Delta V}{V}\right|}. \tag{4}$$

Если $\frac{\Delta V}{V}=1$, то $K=p$. Таким образом, если бы упругие свойства тела при любой величине всестороннего растяжения оставались неизменными, то всестороннее растягивающее напряжение K, равное модулю упругости, было бы способно увеличить объем тела в два раза. Для всех тел это напряжение во много раз больше предела прочности, поэтому тело разрушится задолго до того, как объем его возрастет в два раза.

Легко доказать, что *относительное увеличение* (или *уменьшение*) *объема* $\varepsilon=\frac{\Delta V}{V}$ *в три раза больше относительного увеличения* (или *уменьшения*) *линейных размеров тела*. Пусть куб со стороной, равной l, испытывает всестороннее объемное растяжение. Каждая