

изобразится площадью заштрихованной вертикальной полоски. Переходя последовательно от одного состояния к состоянию бесконечно близкому, мы сможем вычислить полную работу U , произведенную внешней деформирующей силой при ее изменении от нуля до F . Эта работа, изображенная на рис. 77 площадью треугольника OBC , будет равна:

$$U = \frac{F\Delta x}{2}.$$

Здесь F — деформирующая сила, а Δx — вызванная ею деформация любого вида. Пользуясь этой формулой, легко вычислить величину потенциальной энергии для каждого случая деформации.

Учитывая, что по закону Гука деформирующая сила F связана с модулем упругости K соотношением $F = K \frac{\Delta x}{x} S$, получаем:

$$U = K \left(\frac{\Delta x}{x} \right)^2 \cdot \frac{Sx}{2}. \quad (3)$$

§ 42. Модуль объемной упругости. Сжимаемость

Всестороннему сжатию или растяжению тело подвергнется в том случае, если к поверхности тела со всех сторон будут приложены силы одного и того же напряжения p . Такое же напряжение будет действовать и на любую поверхность, мысленно проведенную внутри тела. Частное от деления этого напряжения p на абсолютную величину относительного изменения объема тела называется *модулем всесторонней объемной упругости*:

$$K = \frac{p}{\left| \frac{\Delta V}{V} \right|}. \quad (4)$$

Если $\frac{\Delta V}{V} = 1$, то $K = p$. Таким образом, если бы упругие свойства тела при любой величине всестороннего растяжения оставались неизменными, то всестороннее растягивающее напряжение K , равное модулю упругости, было бы способно увеличить объем тела в два раза. Для всех тел это напряжение во много раз больше предела прочности, поэтому тело разрушится задолго до того, как объем его возрастет в два раза.

Легко доказать, что *относительное увеличение (или уменьшение) объема* $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}$ *в три раза больше относительного увеличения (или уменьшения) линейных размеров тела*. Пусть куб со стороной, равной l , испытывает всестороннее объемное растяжение. Каждая

сторона куба при этом удлиняется на Δl . Окончательный объем куба будет равен $(l + \Delta l)^3$, относительное увеличение объема

$$\epsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(l + \Delta l)^3 - l^3}{l^3} = 3 \frac{\Delta l}{l} + 3 \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^3.$$

Двумя последними членами в правой части этого уравнения можно пренебречь вследствие малости величины $\frac{\Delta l}{l}$, поэтому

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 3 \frac{\Delta l}{l}. \quad (5)$$

Как уже было упомянуто, объемной упругостью обладают все тела: и твердые, и жидкие, и газообразные. Упругие свойства жидкостей и газов полностью характеризуются модулем объемной упругости.

Молекулы жидкости находятся в столь быстром тепловом движении, что присущая кристаллическим телам упорядоченность пространственного распределения молекул в жидкостях является нарушенной. Однако плотность жидкости мало отличается от плотности твердого тела из того же вещества, поэтому *силы молекулярного взаимодействия в жидкостях почти так же велики, как и в твердых телах*. Благодаря подвижности молекул жидкость оказывает крайне малое сопротивление внешним воздействиям, изменяющим ее форму. Но благодаря силам, которые связывают движущиеся относительно друг друга молекулы, жидкость оказывает громадное сопротивление воздействиям, стремящимся изменить ее объем.

Чтобы отдать себе отчет в том, насколько велико сопротивление жидкостей сжатию, представим себе, что в цилиндр высотой в 1 м и поперечным сечением 1 см² налита вода; если давить на поршень, закрывающий сверху воду, силой в 200 кг, то длина водяного столба уменьшится всего на 1 см (при тех же условиях ртуть испытывала бы сжатие меньше чем на 1 мм). По устранении сил, вызвавших сжатие жидкости, объем жидкости принимает прежнюю величину.

Величина, обратная модулю объемной упругости (величина $\frac{1}{K}$), носит название *коэффициента сжимаемости*, или просто *сжимаемости*.

Численно коэффициент сжимаемости (так же как и модуль упругости) зависит от того, в каких единицах измерено давление. Чаще всего давление измеряют в атмосферах. тогда коэффициент сжимаемости $\frac{1}{K}$ есть число, показывающее, на какую долю первоначального значения уменьшается объем тела при увеличении давления на 1 ат;

именно этот смысл имеют приводимые ниже численные значения коэффициентов сжимаемости некоторых жидкостей при комнатной температуре:

Бензол	0,000075	Ртуть	0,000038
Бром	0,000058	Сероуглерод	0,000087
Вода	0,000049	Скипидар	0,000078
Глицерин	0,000025	Спирт	0,000112
Керосин	0,000077	Толуол	0,000086
Масло оливковое	0,000063	Эфир	0,000153

§ 43. Модуль Юнга, коэффициент Пуассона, модуль сдвига и соотношение между ними

При продольном растяжении растягивающие силы F равномерно распределены по поперечному сечению S испытываемого образца, поэтому напряжение p находим простым делением: $p = \frac{F}{S}$.

Отношение E напряжения p к относительному удлинению $\frac{\Delta l}{l}$ носит название *модуля упругости*, или *модуля Юнга*:

$$E = \frac{p}{\left| \frac{\Delta l}{l} \right|}. \quad (6)$$

Подставляя сюда $p = \frac{F}{S}$, получим:

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}, \quad (7)$$

т. е. удлинение прямо пропорционально действующей силе и первоначальной длине образца и обратно пропорционально модулю Юнга для данного материала и поперечному сечению образца.

Значения модуля Юнга для различных материалов приведены в таблице на стр. 179. Для одного и того же материала величина E зависит от примесей и обработки. У кристаллов и волокнистых веществ величина E зависит от направления растяжения.

Когда нагрузкой вызвано удлинение бруска, можно наблюдать, что по истечении некоторого промежутка времени удлинение само, без увеличения нагрузки, возрастет на некоторую небольшую величину. Когда нагрузка устранена, то можно наблюдать, что для полного исчезновения деформации даже в пределах упругости также требуется некоторый промежуток времени. Это явление называют *упругим последствием*. Величина упругого последствия в металлах при тех напряжениях, с которыми приходится иметь дело в технике, ничтожна. Как правило, упругое последствие тем меньше, чем однороднее материал.