именно этот смысл имеют приводимые ниже численные значения *коэффициентов сжимаемости некоторых жидкостей* при комнатной температуре:

Бензол	0,000075	Ртуть	0,0000038
Бром	0,000058	Сероуглерод	0,000087
Вода	0,000049	Скипидар	0,000078
Глицерин	0,000025	Спирт	0,000112
Керосин	0,000077	Толуол	0,000086
Масло оливковое	0,000063	Эфир	0,000153

§ 43. Модуль Юнга, коэффициент Пуассона, модуль сдвига и соотношение между ними

При продольном растяжении растягивающие силы F равномерно распределены по поперечному сечению S испытываемого образца, поэтому напряжение p находим простым делением: $p=\frac{F}{S}$.

Отношение E напряжения p к относительному удлинению $\frac{\Delta l}{l}$ носит название *модуля упругости*, или *модуля Юнга*:

$$E=\frac{p}{\left|\frac{\Delta l}{l}\right|}. \tag{6}$$

Подставляя сюда $p=\frac{F}{S}$, получим:

$$\Delta l=\frac{Fl}{ES}, \tag{7}$$

т. е. удлинение прямо пропорционально действующей силе и первоначальной длине образца и обратно пропорционально модулю Юнга для данного материала и поперечному сечению образца.

Значения модуля Юнга для различных материалов приведены в таблице на стр. 179. Для одного и того же материала величина E зависит от примесей и обработки. У кристаллов и волокнистых веществ величина E зависит от направления растяжения.

Когда нагрузкой вызвано удлинение бруска, можно наблюдать, что по истечении некоторого промежутка времени удлинение само, без увеличения нагрузки, возрастет на некоторую небольшую величину. Когда нагрузка устранена, то можно наблюдать, что для полного исчезновения деформации даже в пределах упругости также требуется некоторый промежуток времени. Это явление называют *упругим последействием*. Величина упругого последействия в металлах при тех напряжениях, с которыми приходится иметь дело в технике, ничтожна. Как правило, упругое последействие тем меньше, чем однороднее материал.

Растяжение брусков сопровождается их поперечным сжатием. Отношение поперечного сжатия $\frac{\Delta d}{d}$ к продольному удлинению $\frac{\Delta l}{l}$ называют *коэффициентом Пуассона* μ (d — поперечный размер бруска). Таким образом, поперечное сжатие равно продольному удлинению, умноженному на коэффициент Пуассона:

$$\frac{\Delta d}{d} = \mu \frac{\Delta l}{l}. \tag{8}$$

Зная μ, можно судить об изменении объема бруска при растяжении в пределах пропорциональности.

Коэффициент Пуассона [1])

Материал	μ	Материал	μ
Сталь	0,25—0,33	Цинк катаный	0,21
Медь и бронза	0,31—0,34	Стекло	0,25
Чугун	0,23—0,27	Каучук	0,47

Сдвигом называют такую деформацию, при которой все слои тела, параллельные данной плоскости, не искривляясь и не изменяясь в размерах, смещаются параллельно друг другу (рис. 78). Отрезок $\Delta x = AA'$ называют *абсолютным сдвигом*, угол θ — *углом сдвига*. При малом угле сдвига (если θ выражен в радианах)

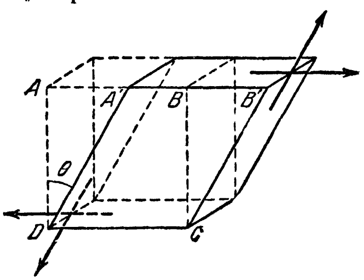

Рис. 78. Деформация сдвига.

$$\theta \approx \operatorname{tg}\theta = \frac{\Delta x}{x}, \tag{9}$$

поэтому угол θ часто называют *относительным сдвигом*.

Обычно сдвиг вызывается двумя парами сил, приложенными, как показано на рис. 78, к противоположным граням деформируемого тела.

---

[1]) Если бы значение μ было равно $\frac{1}{2}$, то при линейном расширении тела его объем не изменялся бы. В действительности линейное растяжение вызывает некоторое увеличение объема растягиваемого тела и тем большее, чем ближе значение μ к нулю. Для многих веществ μ имеет значение, близкое к среднему между указанными пределами (около $\frac{1}{4}$).

Согласно закону Гука относительный сдвиг θ должен быть пропорционален касательному напряжению $T=\frac{F}{S}$:

$$T=G\theta. \tag{10}$$

Коэффициент G носит название *модуля сдвига.*

На рис. 78 отчетливо видно, что все слои деформируемого образца, параллельные AC, укорачиваются в этом направлении, а слои, параллельные BD, удлиняются в направлении BD.

Сдвиг может быть вызван одновременным сжатием в направлении диагонали AC и растяжением в перпендикулярном к ней направлении BD.

Можно показать, что *относительное удлинение или укорочение образца в направлении действия сжимающих или растягивающих сил равно половине относительного сдвига, взятого под углом в 45° к этим силам*:

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{\theta}{2}. \tag{11}$$

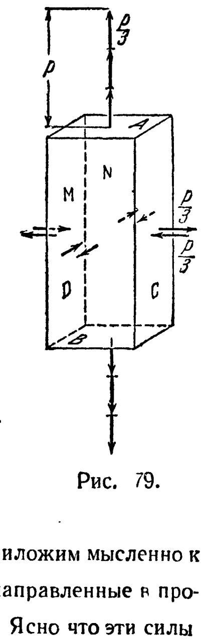

Рис. 79.

Модуль Юнга E, коэффициент Пуассона μ, модуль объемной упругости K и модуль сдвига G не являются независимыми. Они связаны друг с другом двумя уравнениями. Выведем эти уравнения.

Представим себе прямоугольный стержень (рис 79), продольно растягиваемый силами, напряжение которых равно p. Относительное удлинение стержня $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{p}{E}$. Стержень испытывает поперечное сжатие равное продольному удлинению, умноженному на коэффициент Пуассона $\frac{\Delta d}{d}=\mu\varepsilon$. Приложим мысленно к боковым граням стержня, к каждой из них, по две равные и направленные в противоположные стороны силы, напряжения которых равны $\frac{p}{3}$. Ясно что эти силы как взаимно уравновешивающие друг друга, не произведут никаких деформаций и первоначальная деформация останется неизменной. Разложим растягивающее стержень напряжение p приложенное к концам стержня на три равные напряжения $\frac{p}{3}$, действующие по одной прямой. Теперь мы можем как угодно сгруппировать действующие на стержень силы.

Растягивающие напряжения $\frac{p}{3}$, действующие на все грани стержня вызовут всестороннее объемное растяжение $\frac{\Delta V}{V}=\frac{p}{3K}$, эквивалентное всестороннему линейному относительному растяжению $\frac{p}{9K}$.

Растягивающие напряжения $\frac{p}{3}$, действующие на грани A и B, совместно со сжимающими напряжениями действующими на грани C и D, произведут сдвиг $\theta=\frac{p}{3G}$ (в направлении 45° к оси стержня), эквивалентный в два раза меньшему удлинению в направлении оси стержня и такому же поперечному сжатию $\frac{p}{6G}$.

Точно так же оставшиеся растягивающие напряжения, действующие на верхнее и нижнее основания стержня, совместно со сжимающими напряжениями, действующими на две другие боковые грани N и M, произведут сдвиг, эквивалентный удлинению $\frac{p}{6G}$ в направлении оси и такому же поперечному сжатию.

Итак, полное продольное растяжение

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{p}{9K}+\frac{p}{6G}+\frac{p}{6G}=\frac{p}{E},$$

откуда

$$\frac{1}{E}=\frac{1}{9K}+\frac{1}{3G}. \tag{12}$$

Поперечное сжатие $\frac{\Delta d}{d}$, перпендикулярное к граням C и D или M и N,

$$\frac{\Delta d}{d}=\frac{\mu p}{E}=\frac{p}{6G}-\frac{p}{9K},$$

откуда

$$\frac{\mu}{E}=\frac{1}{6G}-\frac{1}{9K}. \tag{13}$$

Уравнением (12) пользуются для вычисления модуля всесторонней упругости K исходя из легко определяемых опытным путем модулей Юнга E и сдвига G.

Складывая (12) и (13), получим уравнение, служащее для вычисления коэффициента Пуассона

$$\frac{1}{E}(1+\mu)=\frac{1}{2G},$$

или

$$\mu=\frac{E}{2G}-1.$$

§ 44. Характеристика механических свойств твердого тела по диаграмме растяжения. Явление наклепа

Практически наиболее удобным способом исследования механических свойств твердого тела являются испытание тела на растяжение и построение *диаграммы растяжения*.

По оси ординат откладывают напряжение p (нагрузку на единицу площади поперечного сечения образца), по оси абсцисс — относительное удлинение. На рис. 80 изображены диаграммы растяжения материалов, наиболее часто применяемых в технике: сварного железа, мягкой и твердой стали. Все три кривые имеют прямолинейный участок, круто наклоненный к оси абсцисс, в пределах которого материалы вполне подчиняются закону Гука. Точка A на всех этих кривых соответствует *пределу пропорциональности* P_p, с которым практически совпадает *предел упругости* P_r (§ 41). За пределом пропорциональности удлинения начинают возрастать быстрее нагрузок, и после перехода так называемой «крити-