

§ 49. Уравнение Бернулли

Проследим течение жидкости в трубке тока. Поперечное сечение трубки тока в различных местах может быть неодинаковым, и в соответствии с этим меняется скорость течения. Струя жидкости нигде не претерпевает разрыва. Из этого условия неразрывности струи следует, что *произведение скорости несжимаемой и невязкой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная*.

Действительно, объем жидкости, вытекающей за 1 сек. в один конец трубки тока, должен быть равен объему жидкости, вытекающей из противоположного конца (рис. 89): $v_1 S_1 = v_2 S_2$.

Это уравнение справедливо для любых двух сечений трубки тока; следовательно,

$$vS = \text{const.} \quad (1)$$

Пусть за время Δt масса жидкости m вытекает в один конец выделенной части трубки через сечение S_1 , где скорость v_1 и давление p_1 . За то же время Δt через другое сечение трубки тока S_2 , где скорость жидкости равна v_2 и давление p_2 , вытекает такая же масса жидкости m . При установившемся (стационарном) течении в выделенной части трубки не происходит ни накопления, ни расходования энергии.

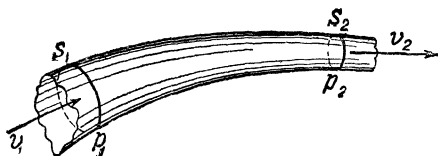


Рис. 89. К выводу уравнения Бернулли

Следовательно, энергия, передаваемая за время Δt через сечение S_1 , должна быть равна энергии, передаваемой за то же время через сечение S_2 . За время Δt через сечение S_1 проходит масса жидкости m . Ее кинетическая энергия равна $\frac{mv_1^2}{2}$ и потенциальная энергия тяжести равна mgh_1 (где g — ускорение силы тяжести и h_1 — высота центра тяжести сечения S_1 над некоторым уровнем, например уровнем моря). Стало быть, за время Δt через сечение S_1 конвекционно передается энергия

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Однако, кроме конвекционной передачи энергии, в данном случае еще имеет место передача энергии тягой, а именно, жидкость, находящаяся позади, производит работу, направленную на продвижение жидкости, находящейся впереди. Энергия, передаваемая тягой за время Δt через сечение S_1 , равна, очевидно, работе, которую жидкость, находящаяся позади сечения S_1 , производит за время Δt ,

т. е. равна произведению силы $p_1 S_1$ на путь $v_1 \Delta t$. Таким образом, энергия, передаваемая за время Δt через сечение S_1 , состоит из трех слагаемых:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t.$$

Из таких же слагаемых состоит энергия, передаваемая за время Δt через сечение S_2 . Поскольку в выделенной части трубки не происходит ни накопления, ни расходования энергии, то, очевидно, должно существовать равенство

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t.$$

Согласно условию неразрывности струи объем жидкости, втекающей в трубку за время Δt , т. е. $S_1 v_1 \Delta t$, равен объему жидкости, вытекающей за тот же промежуток времени из трубки тока: $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$. Разделим обе части предыдущего уравнения на эти равные друг другу объемы, учтя, что масса жидкости, деленная на ее объем, $\frac{m}{Sv\Delta t}$, представляет собой плотность жидкости ρ . Получаем уравнение, или теорему, Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho gh_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho gh_2. \quad (2)$$

В этом уравнении давление p выражают в дин/см^2 , высоту h — в сантиметрах, плотность ρ — в г/см^3 и скорость v — в см/сек ; $g=981 \text{ см/сек}^2$.

В технической системе единиц давление p выражают в кг/м^2 или в миллиметрах водяного столба, высоту h — в метрах, плотность ρ — в технических единицах массы на куб. метр (для этого ρ , выраженное в кг/м^3 , делят на 9,81), скорость v выражают в м/сек ; $g=9,81 \text{ м/сек}^2$.

В суженной части трубки тока скорость жидкости больше, чем в остальном потоке. Поступая в узкую часть трубки тока, жидкость двигается у с к о р е н н о; следовательно, на жидкость, втекающую в узкую часть трубки тока, действует со стороны жидкости, еще находящейся в широкой части трубки, некоторая сила.

Очевидно, что эта сила возникает вследствие разности *статических давлений* $p_1 - p_2$ в широком и узком местах трубки. Сила направлена в сторону узкой части трубки; значит, в широких местах трубки давление больше, чем в узких. Иными словами, *в местах сужения трубки тока давление понижено* (рис. 90).

Величину $\frac{\rho v^2}{2}$, тоже имеющую, как нетрудно убедиться, размерность давления, называют *динамическим давлением*. Мы видим,

что при горизонтальном течении жидкости сумма статического и динамического давлений остается величиной постоянной. Эту сумму называют полным давлением.

Принципиально статическое давление надо измерять с помощью манометра, неподвижного относительно текущей жидкости. Практически бывает достаточно взять

манометр, плоскость отверстия которого расположена параллельно линиям тока (трубка А на рис. 91). Полное давление измеряют манометром, отверстие которого расположено перпендикулярно к линиям тока (трубка В на рис. 91); попав в отверстие, жидкость «теряет» свою скорость; динамическое давление в этой трубке будет равно нулю, оставшееся статическое давление будет равно сумме статического и динамического давлений текущей жидкости, следовательно, манометр покажет полное давление. Изображенная на рис. 91 трубка В носит название *трубки Пито*. Понятно, что изображенные на рис. 91 манометрические трубки А и В могут быть заменены трубками, введенными от текущей жидкости к металлическому манометру.

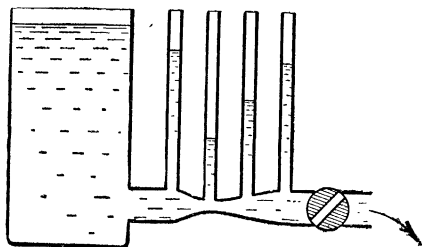


Рис. 90. В сужении статическое давление по уравнению Бернулли меньше, чем в расширенной части трубки.

Уравнение Бернулли было нами выведено в предположении, что сумма кинетической энергии и потенциальной энергии тяжести текущей жидкости остается неизменной. В действительности же некоторая часть указанной энергии расходуется на работу, направленную против сил трения. В связи с этим жидкость нагревается, и энергия молекулярно-теплового движения жидкости, которую мы считали постоянной и поэтому не учитывали, возрастает. Мы предполагали также, что частицы жидкости не проходят сквозь боковую поверхность трубки тока. В действительности же тепловое движение нарушает течение жидкости по определенным линиям тока.

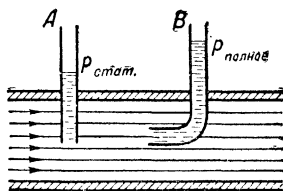


Рис. 91. Расположение манометрических трубок для измерения статического (А) и полного (В) давлений.

Поэтому к весьма вязким жидкостям уравнение Бернулли неприменимо. Но для таких жидкостей, как вода, а также и для воздуха уравнение Бернулли практически является достаточно точным.

При горизонтальном течении сумма статического и динамического давлений остается постоянной величиной, поэтому в струе статическое давление всегда бывает меньше, чем в неподвижной жидкости,

и при больших скоростях может стать даже отрицательным. В этом случае жидкость, протекающая по узкой части трубы, будет находиться в состоянии всестороннего растяжения, а так как прочность жидкости на разрыв велика (§ 113), то отрицательное давление может достигнуть значительной величины. Обычно, однако, когда давление падает до нуля, происходит разрыв жидкости — это так называемое явление *кавитации*. Кавитация ограничивает скорости, которые могут быть приданы жидкости сужением струи.

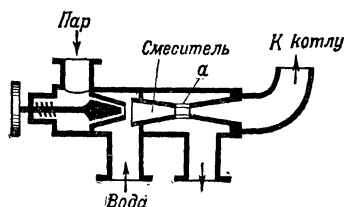


Рис. 92. Инжектор.

Если давление в широкой части трубы равно атмосферному, то давление в узкой части будет меньше атмосферного. На этом явлении основано действие ряда приборов, например инжектора, водоструйных насосов, карбюратора.

Инжектором называют пароструйный насос, служащий для питания водой паровых котлов паровозов, пароходов, локомотивов и т. д. На рис. 92 изображен простейший инжектор. К инжектору подводится из котла пар, который, пройдя через сопло, поступает с большой скоростью в смеситель. Благодаря засасывающему действию струи, а также конденсации пара давление в смесителе понижается; в него устремляется вода из коробки инжектора. Из смесителя струя воды с большой скоростью входит в расширяющийся диффузор, теряет свою скорость, давление в диффузоре резко повышается, становится выше, чем в котле, вследствие че-

го приподнимается обратный клапан и вода поступает в котел. Между смесителем и диффузором оставляют щель *а*, через которую при пуске инжектора выходят избыточные вода и пар. При пуске инжектора требуется меньше пара чем при работе полным ходом, поэтому сопло снабжено регулирующей иглой.

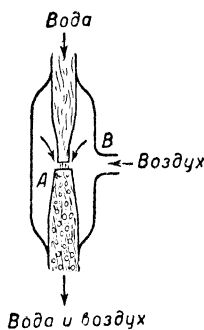


Рис. 93. Водоструйный насос.

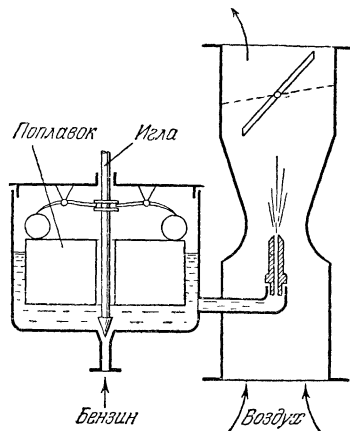


Рис. 94. Карбюратор.

го приподнимается обратный клапан и вода поступает в котел. Между смесителем и диффузором оставляют щель *а*, через которую при пуске инжектора выходят избыточные вода и пар. При пуске инжектора требуется меньше пара чем при работе полным ходом, поэтому сопло снабжено регулирующей иглой.

По этому же принципу работает паровозный конус, создающий сильную тягу в дымовой трубе.

Водоструйные насосы служат для получения небольшого разрежения (рис. 93). Давление в струе на выходе из насоса равно атмосферному; поэтому в суженной части струи и в резервуаре *A* создается разрежение. Труба *B* присоединяется к резервуару, из которого следует выкачать воздух.

Водоструйные насосы применяются в качестве воздушных насосов в конденсаторных установках при паровых турбинах, в лабораториях и т. д. И водо- и пароструйные насосы очень надежны в работе, но коэффициент полезного действия их чрезвычайно мал, поэтому применяются они в тех случаях, когда есть большое количество пара (отработанный пар) или воды, которое почему-либо нельзя использовать более экономично.

Карбюратором называется прибор, питающий бензиновый двигатель внутреннего сгорания рабочей смесью — смесью горючего с воздухом. Устройство карбюратора изображено на рис. 94. По трубе наружный воздух всасывается в цилиндр мотора. В суженной части трубы — в начале диффузора — создается пониженное давление, и бензин из поплавковой камеры, где давление равно атмосферному, через калиброванную трубочку (жиклер) вытекает в диффузор и испаряется в проходящем воздухе. Для того чтобы бензин не выливался через жиклер самотеком, в поплавковой камере имеется поплавок, с которым соединена игла, закрывающая доступ бензину из бака, как только уровень его поднимется выше отверстия жиклера. Дроссельная заслонка регулирует скорость воздуха, а вместе с тем и количество поступающего в мотор бензина.

§ 50. Гидравлическая энергия

Энергия движущейся жидкости называется гидравлической энергией. Гидравлическую энергию можно использовать, поставив на пути текущей жидкости водяное колесо или турбину с изогнутыми рабочими лопатками (лопастями).

Вытекающая из сопла струя, попадая на лопатку со скоростью v_0 , отклоняется от первоначального направления и стекает с лопатки со скоростью v_0^1 . Если в секунду по лопатке сбегает масса жидкости m , то энергия E , отдаваемая ежесекундно, будет равна кинетической энергии, потерянной жидкостью за это время:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0'^2}{2}.$$

Наибольшей эта отдача будет в том случае, когда лопатка движется со скоростью, равной половине скорости жидкости. Действительно, если лопатка неподвижна, давление на нее будет наибольшим, но лопатка не перемещается, и поэтому никакой работы она не совершит. Если же лопатка движется со скоростью жидкости, то гидродинамическое давление на нее равно нулю: работа опять равна нулю. Работа измеряется произведением силы на перемещение; поэтому:

Работа, производимая лопаткой, будет наибольшей тогда, когда лопатка движется с промежуточной скоростью, равной половине скорости потока.

Описанным выше способом можно использовать энергию естественных водных потоков: водопадов, рек и пр. Если в 1 сек. падает