

§ 53. Сопротивление движению тел в жидкостях и газах

При движении тела в жидкости или газе с небольшой скоростью сопротивление движению обусловлено силами трения и, как установил Стокс, пропорционально произведению вязкости среды на линейные размеры тела и первую степень скорости. Для тел шарообразной формы *сопротивление вязкости* равно

$$Q = 6\pi\eta r v, \quad (9)$$

где η — коэффициент вязкости, v — скорость и r — радиус тела.

Формула Стокса имеет много применений. В частности, формулу Стокса применяют для вычисления скорости равномерного свободного падения тела в вязкой среде. Очевидно, что равномерное падение должно наблюдаться в том случае, если сопротивление движению равно кажущемуся весу тела в среде (т. е. его истинному

весу $\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_1 g_1$, где ρ_1 — плотность тела, за вычетом веса вытесненной среды

$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_2 g$, где ρ_2 — плотность среды):

$$6\pi\eta r v_{\text{const}} = \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_1 - \rho_2).$$

Отсюда скорость равномерного падения тела в вязкой среде равна:

$$v_{\text{const}} = \frac{2}{9} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\eta} g r^2.$$

Часто эту формулу используют для вычисления радиуса капелек или пылинок по наблюдаемой скорости их равномерного падения в воздухе или в жидкости.

Если в указанную формулу подставить вязкость и плотность воздуха при нормальных условиях, то для вычисления скорости равномерного падения водяных капелек в воздухе получается такое соотношение:

$$v_{\text{const}} = 1,3 \cdot 10^6 r^2,$$

где r выражено в сантиметрах, а v — в *см/сек.*

При больших скоростях движения сопротивление жидкости и газа обусловлено в основном затратой работы на образование вихрей. В этих случаях сопротивление (его часто называют *лобовым сопротивлением*) по закону, открытому Ньютоном, пропорционально квадрату скорости движения и площади проекции тела на плоскость, перпендикулярную к направлению движения («миделево сечение» S):

$$Q = c_x \frac{\rho v^2}{2} S. \quad (10)$$

Здесь ρ — плотность среды и c_x — числовой коэффициент, различный для тел разных форм, называемый *коэффициентом лобового сопротивления*.

Учитывая, что лобовое сопротивление вызывается главным образом возникающими в среде вихрями, мы можем получить выше-

приведенную формулу из следующего (нестроого) рассуждения. Пусть тело, движущееся в жидкости, оттесняет на своем пути в каждую секунду массу жидкости, равную произведению плотности жидкости ρ на объем Sv . Если считать, что всем частицам этой оттесняемой жидкости сообщается скорость, в среднем пропорциональная скорости движения тела v , то, стало быть, оттесняемой жидкости сообщается в каждую секунду количество движения, пропорциональное ρSv^2 ; по закону равенства действия и противодействия жидкость должна оказывать телу сопротивление, равное приращению количества движения жидкости за 1 сек., т. е. сопротивление, пропорциональное ρSv^2 .

Если бы не происходило вихреобразования, то при равномерном движении тела в жидкости сопротивление движению определялось бы только силами трения, а инерция среды никак не сказывалась бы на величине сопротивления. В идеальной невязкой жидкости относительные скорости частиц жидкости на некотором расстоянии позади тела должны были бы оставаться такими же, как перед ним.

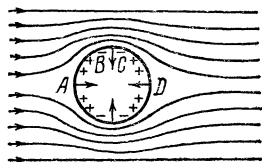


Рис. 108. К пояснению парадокса Эйлера.

Встречаясь с поверхностью тела в точке А (рис. 108), частицы жидкости вынуждены изменить первоначальное прямолинейное направление движения на криволинейное. В связи с этим они действуют на поверхность тела с некоторой силой, поэтому в пространстве АВ давление на поверхность тела повышается. На рис. 108 области повышенного давления обозначены знаками плюс. На участке ВС направление частиц жидкости вновь меняется: теперь частицы жидкости стремятся по инерции уйти от тела. На этом участке давление понижается. На рис. 108 области пониженного давления обозначены знаком минус. На участке CD частицы жидкости опять будут оказывать давление на поверхность тела. Аналогичное распределение сил имеет место и на нижней поверхности тела. Вследствие симметричного распределения давлений равнодействующая сила равна нулю.

Сказанное приводит к парадоксальному выводу, который находится в противоречии с повседневным опытом и формулой (10): *в невязкой жидкости при равномерном движении тело не должно было бы испытывать никакого сопротивления движению* (парадокс Эйлера).

Сопротивление движению по формуле (10), вызываемое инерциальными силами жидкости, создается вследствие отрыва пограничного слоя, что приводит к вихреобразованию и к той реальной картине обтекания, которая, в отличие от изображенной на рис. 108, показана на рис. 109 и 110.

Вблизи участков поверхности C и C' жидкость движется с большей скоростью, чем в невозмущенном потоке; давление здесь понижается. Под действием разности давлений течение в пограничном слое направлено от A к C и C' (по направлению потока) и от A' к C и C' (против потока). Эти встречные течения пограничного слоя и потока сталкиваются друг с другом у точек C и C' . На пограничном слое создается выступ, который закручивается набегающим потоком, отрывается от поверхности тела и уносится в виде вихря. Вихревая область постепенно перемешивается с окружающей жидкостью, об-

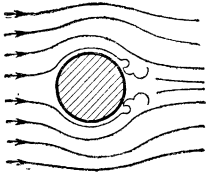


Рис. 109. Поток, обтекающий цилиндр небольшое время.

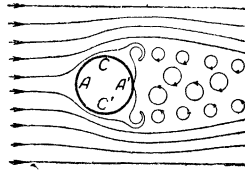


Рис. 110. Схема движений жидкости за цилиндрическим телом.

разуя позади тела расширяющуюся турбулентную зону, или *вихревую пелену*.

В связи со сказанным ясно, почему коэффициент пропорциональности c_x , входящий в формулу (10), — коэффициент лобового сопро-

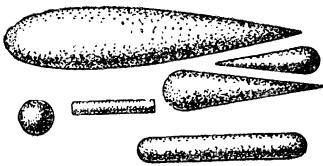


Рис. 111. Различные тела, обладающие одинаковым лобовым сопротивлением.

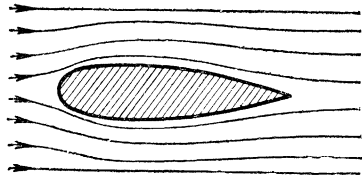


Рис. 112. Тело удобообтекаемой формы.

тивления — зависит от формы тела: форма тела может облегчать или же, наоборот, затруднять возникновение вихрей. Если тело имеет удобообтекаемую форму, то разности давлений в различных участках его поверхности, вызванные различием скорости, будут незначительны; встречное движение слоев жидкости близ поверхности будет выражено слабо; срыва струй и завихрения жидкости почти не будет, и испытываемое телом сопротивление движению будет невелико. Напротив, если тело ограничено острыми углами, как, например, плоская пластинка, поставленная перпендикулярно к потоку, то разности давлений, вызванные изменением скорости при

обтекании острых углов, будут большими, вихрей образуется много, и лобовое сопротивление окажется значительным.

На рис. 111 изображены тела различных размеров и форм, обладающие одним и тем же лобовым сопротивлением. Наиболее удобообтекаемой оказывается вытянутая, каплеобразная форма, такую придают всем фюзеляжам самолетов. Тело подобной формы почти совсем не создает в потоке вихрей (рис. 112); сопротивление движению такого тела вызывается главным образом силами трения.

Ниже даны коэффициенты лобового сопротивления c_x для некоторых тел:

Квадратная пластинка, перпендикулярная к направлению потока	1,28
Диск, перпендикулярный к направлению потока	1,12
Шар	0,50
Тело наилучшего обтекания (сигарообразное, с задним заостренным концом) при длине, в четыре раза превышающей диаметр, с осью по потоку	0,026

§ 54. Числа Рейнольдса. Кинематическая вязкость

Опыт показывает, что ньютонова формула лобового сопротивления применима только в некоторых пределах значений скорости.

При малых скоростях (в воздухе до 1 м/сек), когда силы инерциального происхождения малы в сравнении с силами внутреннего трения, сопротивление, в соответствии с законом Стокса, пропорционально не квадрату, а *п е р в о й* степени скорости.

При больших скоростях (близких к скорости звука) сопротивление возрастает, по-видимому, пропорционально кубу скорости. При движении тела со скоростью, большей скорости звука, вновь оказывается справедливым закон квадрата скорости.

Мы видим, таким образом, что, желая применять формулу

$$Q = c_x \frac{\rho v^2}{2} S$$

к любым скоростям движения, мы обязаны рассматривать коэффициент сопротивления c_x как некоторую функцию коэффициента вязкости среды η , плотности среды ρ , скорости движения v и линейных размеров тела l . Можно совершенно строго доказать, что коэффициент сопротивления c_x зависит только от численной величины отношения $\frac{\rho l v}{\eta}$. Почему это так, нетрудно понять: коэффициент сопротивления c_x является отвлеченным числом, поэтому функциональная зависимость c_x от величин η , ρ , l , v должна сводиться к зависимости от такой комбинации этих величин, которая сама представляет собой отвлеченное число. Нетрудно убедиться, что отношение $\frac{\rho l v}{\eta}$