обтекании острых углов, будут большими, вихрей образуется много, и лобовое сопротивление окажется значительным.

На рис. 111 изображены тела различных размеров и форм, обладающие одним и тем же лобовым сопротивлением. Наиболее удобообтекаемой оказывается вытянутая, каплеобразная форма, такая, какую придают всем фюзеляжам самолетов. Тело подобной формы почти совсем не создает в потоке вихрей (рис. 112); сопротивление движению такого тела вызывается главным образом силами трения.

Ниже даны *коэффициенты лобового сопротивления* c_x для некоторых тел:

Квадратная пластинка, перпендикулярная к направлению потока	1,28
Диск, перпендикулярный к направлению потока	1,12
Шар	0,50
Тело наилучшего обтекания (сигарообразное, с задним заостренным концом) при длине, в четыре раза превышающей диаметр, с осью по потоку	0,026

§ 54. Числа Рейнольдса. Кинематическая вязкость

Опыт показывает, что ньютонова формула лобового сопротивления применима только в некоторых пределах значений скорости.

При малых скоростях (в воздухе до 1 *м/сек*), когда силы инерциального происхождения малы в сравнении с силами внутреннего трения, сопротивление, в соответствии с законом Стокса, пропорционально не квадрату, а первой степени скорости.

При больших скоростях (близких к скорости звука) сопротивление возрастает, по-видимому, пропорционально кубу скорости. При движении тела со скоростью, большей скорости звука, вновь оказывается справедливым закон квадрата скорости.

Мы видим, таким образом, что, желая применять формулу

$$Q = c_x \frac{\rho v^2}{2} S$$

к любым скоростям движения, мы обязаны рассматривать коэффициент сопротивления c_x как некоторую функцию коэффициента вязкости среды η, плотности среды ρ, скорости движения v и линейных размеров тела l. Можно совершенно строго доказать, что коэффициент сопротивления c_x зависит только от численной величины отношения $\frac{\rho l v}{\eta}$. Почему это так, нетрудно понять: коэффициент сопротивления c_x является отвлеченным числом, поэтому функциональная зависимость c_x от величин η, ρ, l, v должна сводиться к зависимости от такой комбинации этих величин, которая сама представляет собой отвлеченное число. Нетрудно убедиться, что отношение $\frac{\rho l v}{\eta}$

как раз представляет собой отвлеченное число. Указанное отношение называют *числом Рейнольдса.*

Итак, *коэффициент лобового сопротивления представляет собой* некоторую, поныне еще не вполне выясненную, *функцию чисел Рейнольдса:*

$$c_x = f(\mathrm{Re}), \quad \text{где} \quad \mathrm{Re} = \frac{\rho l v}{\eta}. \tag{11}$$

Отношение коэффициента вязкости к плотности среды $\frac{\eta}{\rho}$ называют *кинематической вязкостью*[1]) и обозначают буквой ν:

$$\frac{\eta}{\rho} = \nu. \tag{12}$$

Как легко видеть из формулы (10), движение какого-либо определенного тела с определенной скоростью в различных средах сопровождается одинаковым лобовым сопротивлением, если равны кинематические вязкости ν этих сред. Иными словами, уменьшение коэффициента вязкости среды η в n раз при одновременном уменьшении плотности среды в n раз не изменяет величины лобового сопротивления. Поэтому числа Рейнольдса обычно выражают не через коэффициент вязкости η, а через кинематическую вязкость ν:

$$\mathrm{Re} = \frac{lv}{\nu}. \tag{13}$$

Нетрудно убедиться в том, что *число Рейнольдса пропорционально отношению сил инерции* $S\rho v^2$ *к силам вязкости*, действующим на поверхность тела, $\eta S \frac{v}{l}$; $\mathrm{Re} \approx \frac{S\rho v^2}{\eta S \frac{v}{l}} = \frac{\rho v l}{\eta}$.

Приведем некоторые *значения кинематической вязкости* (в *см*^{2}/*сек*):

Вода при	0°	0,0178	Воздух при	100° и 1 *am*	0,245
» »	20°	0,010	» »	0° » 7,6 *мм* рт. ст.	13,3
» »	50°	0,0056	Глицерин при	20°	6,8
» »	100°	0,0030	Ртуть »	0°	0,00125
Воздух »	0° и 1 *am*	0,133	» »	100°	0,00091

Вследствие того, что в выражении кинематической вязкости плотность среды стоит в знаменателе, получается, что воздух имеет кинематическую вязкость бо́льшую, чем вода. Разреженный воздух при давлении 7,6 *мм* рт. ст. (и при 0°) имеет кинематическую вязкость в два раза бо́льшую, чем глицерин.

По формуле (13) для какого-либо тела, движущегося со скоростью v, число Рейнольдса убывает, когда кинематическая вязкость возрастает; когда число Рейнольдса невелико, то, как указывает

---

[1]) Размерность кинематической вязкости $\frac{L^2}{T}$. Единицу кинематической вязкости в системе *CGS* называют *стоксом.*

теория, в лобовом сопротивлении силы, обусловленные трением, преобладают над силами, вызываемыми инерцией среды. Наоборот, большие числа Рейнольдса (которые при прочих равных условиях наблюдаются при малой кинематической вязкости) указывают на преобладание сил инерции среды в сравнении с трением.

Большая кинематическая вязкость воздуха сравнительно с водой и соответственно малые числа Рейнольдса указывают на то, что по причине малой плотности воздуха инерция воздуха начинает преобладать в лобовом сопротивлении над трением при скоростях значительно бо́льших, чем в случае движения в воде. И действительно, например, при полете дирижабля лобовое сопротивление обусловлено в значительной мере трением; будь вместо воздуха вода, роль сил инерции в лобовом сопротивлении сильно возросла бы в сравнении с трением (силы инерции возросли бы пропорционально плотности, т. е. по порядку величины почти в 1000 раз, вязкость же воды только примерно в 100 раз превышает вязкость воздуха).

Зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа Рейнольдса, к сожалению, является сложной и для тел разной формы неодинаковой. Тем не менее теоретические изыскания и экспериментальные исследования наглядно показали, что введение чисел Рейнольдса в практику аэродинамических и гидродинамических расчетов вносит в эти расчеты существенные упрощения. В особенности же важны числа Рейнольдса потому, что при определенных числах Рейнольдса наступает резкое изменение лобового сопротивления, что свидетельствует о коренном изменении картины обтекания движущегося в потоке тела.

Числа Рейнольдса являются важными также и для характеристики невозмущенного потока жидкости. Так, например, теория показывает, что так называемая *критическая скорость* течения жидкости по трубе или каналу (т. е. та скорость, когда спокойное ламинарное течение вдруг превращается в турбулентное течение) должна соответствовать определенному числу Рейнольдса. Для всех жидкостей и газов, каковы бы ни были их плотности и вязкости, превращение ламинарного течения в турбулентное должно происходить при одном и том же числе Рейнольдса. Опыт подтверждает этот вывод, однако дело усложняется тем, что на превращение ламинарного течения в турбулентное довольно сильно влияет форма входного отверстия, через которое жидкость втекает в трубу или в канал. Самое большое число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{rv}{\nu}$ (где r — радиус трубы, ν — кинематическая вязкость и v — скорость течения), при котором в гладкой трубе может происходить ламинарное течение, равно примерно 20 000. Если входное отверстие не обеспечивает спокойного втекания жидкости в трубу, но, напротив, сделано таким, чтобы содействовать возникновению турбулентности, то превращение ламинарного течения в турбулентное может произойти при числах Рейнольдса порядка 1000—2000. На рис. 113 показано, как зависит для любой жидкости коэффициент сопротивления λ при течении жидкости в трубе (§ 51) от числа Рейнольдса.

На числах Рейнольдса основываются, когда лабораторно воспроизводят течение рек, обтекание самолета воздухом при его полете и т. п. Чтобы в лаборатории на моделях получить правильную картину течения реки или обтекания самолета, необходимо экспериментировать с «модельным» потоком, который характеризуется тем же числом Рейнольдса, что и воспроизводимый поток. Кроме того, модельный поток, конечно, должен быть **геометрически подобен** воспроизводимому потоку, и тела, возмущающие эти потоки, также должны быть геометрически подобны. Но и при полном геометрическом подобии, если числа Рейнольдса неодинаковы, картины движения и изучаемые коэффициенты сопротивления могут оказаться различными. Чтобы число Рейнольдса не изменилось, когда мы уменьшаем размеры потока в n раз, нужно в n раз увеличить скорость или же заменить среду другой средой, кинематическая вязкость которой была бы в n раз меньше [все это с очевидностью следует из формулы (13)].

Лабораторное изучение обтекания воздухом движущихся тел, например самолета, проводят на геометрически подобных моделях тел в аэродинамических трубах.

Аэродинамическая труба в простейшем случае представляет собой цилиндр, внутри которого прогоняют воздух с помощью вентилятора, расположенного у одного из концов; близ другого конца внутри трубы помещают испытываемую модель размерами, в несколько раз меньшими внутреннего диаметра трубы. Аэродинамическая труба должна создавать для модели такие же условия, в которых находится движущийся в воздухе самолет. Воздушный поток должен набегать с одинаковой скоростью на различные части модели. Кроме того, все струи воздушного потока должны перемещаться параллельно друг другу: в потоке не должно быть завихрений. Чтобы достигнуть этого, трубам придают своеобразную форму.

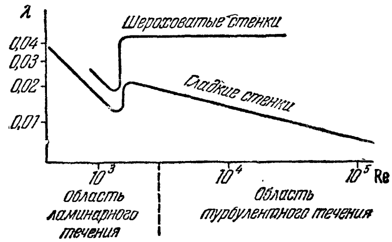

Рис. 113. Зависимость коэффициента сопротивления λ течению жидкости по трубе от чисел Рейнольдса.

В аэродинамических трубах «прямого действия» воздух засасывается из помещения, в котором установлена труба, прогоняется по ней, обдувая модель, и выбрасывается вентилятором с другого конца. В других трубах «замкнутого типа» во время работы циркулирует одно и то же количество воздуха.

Упомянутое выше условие обязательного равенства чисел Рейнольдса создает большие затруднения для техники аэродинамических измерений: чем меньше размеры l исследуемой модели, тем больше должна быть при прочих равных условиях скорость v воздушного потока, а при скоростях, бо́льших 100 *м/сек*, сказывается сжимаемость воздуха. Если скорость самолета 1000 *км/час* (примерно 280 *м/сек*), то для испытания в воздушном потоке втрое меньшей по размерам модели этого самолета пришлось бы вести испытания при скорости воздуха свыше 840 *м/сек*, т. е. значительно превышающей скорость звука. Но при переходе к сверхзвуковому течению картина обтекания коренным образом изменяется. Таким образом, производить испытания уменьшенных моделей скоростных дозвуковых самолетов в аэродинамических трубах нельзя; приходится вести испытания отдельных частей самолетов или строить очень большие трубы.

Гидродинамические исследования на моделях картины течения рек и обтекания судов не встречают особых затруднений, так как в этом случае обычно не имеется препятствий для обеспечения равенства чисел Рейнольдса.

При малых числах Рейнольдса непосредственное проявление вязкости преобладает над проявлением инерции среды и становится применимым закон Стокса. А именно, закон Стокса верен, когда число Рейнольдса мало в сравнении с единицей, например равно $^1/_5$, $^1/_{10}$ или еще меньше

Число Рейнольдса $\mathrm{Re}=\dfrac{2rv}{\nu}$ при заданном значении кинематической вязкости ν мало́, когда малы размеры тела и скорость движения. Кинематическая вязкость ν воздуха при нормальных условиях по порядку величины равна $^1/_{10}$. Поэтому для движения в атмосферном воздухе закон Стокса относительно верен, когда произведение радиуса тела на скорость (выраженные в сантиметрах и в *см/сек*) не превышает примерно $^1/_{100}$; чем меньше будет это произведение rv, тем лучше оправдывается закон Стокса. Кинематическая вязкость воды по порядку величины равна $^1/_{100}$; поэтому для движения в воде закон Стокса относительно верен, когда произведение rv не превышает $^1/_{1000}$.

Сопоставляя формулу Стокса (9) с более общей формулой Ньютона (10),

$$Q = 6\pi\eta rv = c_x \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где $S = \pi r^2$, мы видим, что, применяя формулу Ньютона (при малых числах Рейнольдса) для вычисления сопротивления вязкости, коэффициент лобового сопротивления c_x нужно считать, по Стоксу, равным

$$\frac{c_x}{2} = \frac{6\eta}{\rho rv}. \tag{14}$$

Обычно правую часть этого уравнения выражают через число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{2rv}{\nu} = \frac{2\rho rv}{\eta}$. Тогда

$$c_x = \frac{24}{\mathrm{Re}}. \tag{15}$$

Стало быть, если не отступать от формулы Ньютона, то закон Стокса нужно формулировать [заменяя, таким образом, уравнение (9) уравнением (10)] так: *Когда числа Рейнольдса малы в сравнении с единицей, лобовое сопротивление представляет собой сопротивление вязкости; в этом случае коэффициент лобового сопротивления обратно пропорционален числу Рейнольдса* и равен для шара $\frac{24}{\mathrm{Re}}$.

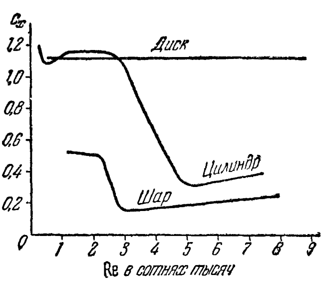

Рис. 114. Зависимость коэффициента лобового сопротивления c_x от чисел Рейнольдса для диска цилиндра и шара.

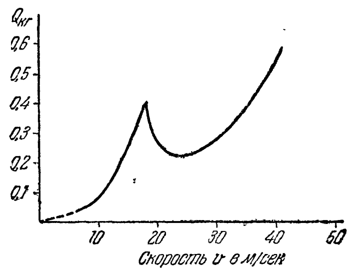

Рис. 115. Лобовое сопротивление шара (диаметром $^1/_4$ *м*) как функция скорости движения в воздухе. При 18—23 *м/сек* наблюдается кризис.

Если число Рейнольдса недостаточно мало́, необходимо наряду с вязким сопротивлением учитывать сопротивление, возникающее вследствие инерции среды. Когда число Рейнольдса по порядку величины близко к единице, применяют формулу Озена

$$c_x = \frac{24}{\mathrm{Re}}\left(1 + \frac{3}{16}\mathrm{Re}\right). \tag{16}$$

При больших числах Рейнольдса (порядка тысяч) непосредственным проявлением сил внутреннего трения можно пренебречь в сравнении с силами вихревого происхождения которые, однако, как мы видели (§ 52), косвенно связаны с трением.

Для чисел Рейнольдса, малых в сравнении с единицей, коэффициент лобового сопротивления c_x по закону Стокса при увеличении числа Рейнольдса убывает. При дальнейшем возрастании числа Рейнольдса уменьшение коэффициента лобового сопротивления все более замедляется в связи с проявлением инерции среды. В области чисел Рейнольдса порядка десятков тысяч коэффициент лобового сопротивления остается примерно постоянным (значения c_x, приведенные в конце предыдущего параграфа, относятся именно к этому интервалу чисел Рейнольдса, до $\mathrm{Re} \approx 100\,000-200\,000$).

В определенной области чисел Рейнольдса (для шара при Re от 200 000 до 300 000; для цилиндра при Re от 400 000 до 500 000) вдруг наступает резкое уменьшение коэффициента лобового сопротивления. Коэффициент лобового сопротивления уменьшается в три, четыре, пять раз, а затем при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса вновь остается почти постоянным (рис. 114). Лобовое сопротивление в целом испытывает при этом также резкое уменьшение (рис. 115). Указанное явление носит название *кризиса*.

Кризис связан с резким изменением характера течения в слое жидкости (или газа), который прилегает к поверхности движущегося тела. Обратимся вновь к рис. 109 и 110. На этих рисунках показано, что «срыв вихрей» происходит в определенном месте движущегося тела. До места срыва вихрей обтекание изображено на упомянутых рисунках как ламинарное. При кризисе это ламинарное до места срыва вихрей обтекание превращается в турбулентное; в связи с этим место срыва вихрей смещается назад, и лобовое сопротивление резко уменьшается.

§ 55. Аэродинамические силы. Подъемная сила крыла и тяга самолета

Особенностью воздуха в сравнении с жидкостями является большая сжимаемость воздуха. Учитывая эту особенность и повторяя рассуждения, которые были приведены в § 49, при выводе уравнения Бернулли, можно получить видоизмененное уравнение Бернулли, в котором сжимаемость воздуха заранее предусмотрена (§ 133). Оказывается, однако, что при не слишком больших скоростях практически нет надобности прибегать к этому уточнению уравнения Бернулли. Действительно, пусть течение воздуха нарушено каким-нибудь телом. Скорость воздуха вблизи тела обозначим через v, а на достаточно большом расстоянии от него — через v_0. По теореме Бернулли разность давлений Δp, обусловленная разностью скоростей, равна:

$$\Delta p = p_0 - p = \frac{\rho}{2}\,(v^2 - v_0^2).$$

Пусть скорость воздуха вдали от тела $v_0 = 0$, а скорость близ него $v = 100$ *м/сек*. Тогда разность давлений

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2} = \frac{0{,}13 \cdot 100^2}{2} = 650\ кГ/м^2.$$

Если давление p_0 невозмущенного потока есть атмосферное давление 10 333 *кГ/м²*, то $\frac{\Delta p}{p} = 0{,}063$, и по закону Бойля таково же сжатие воздуха. Следовательно, ошибка, которую мы совершим, считая в этом случае воздух несжимаемым, составит всего 6%. Скорость 100 *м/сек* есть скорость 360 *км/час*. Мы видим таким образом, что во многих приближенных расчетах, например в расчетах движения нескоростных самолетов, можно не учитывать сжимаемость воздуха и пользоваться простейшей формой уравнения Бернулли. Однако тот же рассмотренный нами пример показывает, что в расчетах движения скоростных самолетов пренебрегать