выше «математического» маятника будем называть *физическим маятником*) представляет собой некоторое весомое тело, подвешенное в точке, не совпадающей с центром тяжести. Период колебаний физического маятника может быть найден с помощью формулы (12).

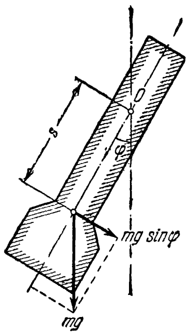

Рис. 130. К расчету периода колебаний физического маятника.

Обозначим по-прежнему через I момент инерции маятника относительно оси его вращения[1]), через D — коэффициент возвращающего момента. Пусть, далее, s означает расстояние центра тяжести тела от оси вращения (рис. 130). Возвращающая сила, возникающая при повороте маятника на угол φ, будет $mg \sin\varphi$, а момент ее $M = mg \sin\varphi\, s$. Если размахи маятника невелики, то можно положить $\sin\varphi = \varphi$, и тогда

$$M = D\varphi = mgs\varphi,$$
$$D = mgs.$$

Воспользовавшись теперь формулой (12), находим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}, \qquad (13)$$

где $l' = \frac{I}{ms}$. Величину l' принято называть *приведенной длиной физического маятника*. Смысл этого термина заключается в том, что математический маятник, имеющий длину, равную приведенной длине физического маятника, будет иметь тот же самый период.

§ 58. Сложение колебаний одинаковой частоты и одинакового направления (интерференция колебаний)

Материальная точка может одновременно участвовать в нескольких гармонических колебаниях. Смещение точки в какой-либо момент времени определяется при этом геометрической (векторной) суммой смещений, которые точка получает, участвуя в каждом из колебательных движений в отдельности. Результирующее движение точки, одновременно участвующей в нескольких колебаниях, является сложным движением, однако в большинстве практически интересных случаев это результирующее движение также является колебательным. Таким образом, можно говорить о сложении нескольких колебаний в одно результирующее.

---

[1]) Напомним (§ 36), что если I_s есть момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр тяжести, то момент инерции относительно оси вращения O определяется уравнением

$$I = I_s + ms^2,$$

где s есть расстояние центра тяжести от оси вращения.

Рассмотрим несколько примеров подобного сложения колебаний.

Положим сначала, что речь идет о сложении двух колебательных движений, происходящих *в одном и том же направлении*, причем смещения, получаемые точкой в каждом из колебаний, складываются, очевидно, алгебраически. Положим, далее, что оба колебания происходят с одной и той же угловой частотой ω (т. е. *с одним и тем же периодом*), но с различными начальными фазами φ_1 и φ_2. В соответствии с формулами (1) и (3) напишем уравнения колебательных движений в следующем виде:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$x_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

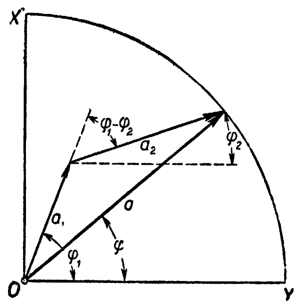

Рис. 131. Векторная диаграмма сложения двух колебаний одинаковой частоты.

Для вывода уравнений, определяющих результирующее колебание, совместим векторные диаграммы (рис. 126) двух рассматриваемых колебаний в одну диаграмму (рис. 131). Результирующее смещение $x = x_1 + x_2$ получается проектированием на вертикальный диаметр векторов-амплитуд a_1 и a_2, т. е. для любого момента времени оно равно проекции на ту же ось вектора a, представляющего геометрическую сумму a_1 и a_2. Таким образом, очевидно, что уравнение результирующего колебания имеет вид

$$x = x_1 + x_2 = a \sin(\omega t + \varphi), \tag{14}$$

где, как это следует из рис. 131,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}, \tag{15}$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \tag{16}$$

Рассмотренный случай сложения гармонических колебаний одинаковой частоты и одинакового направления смещений называют *интерференцией колебаний*.

Энергия гармонического колебания, как мы видели [формула (10)], пропорциональна квадрату амплитуды, поэтому энергия результирующего колебания только в том случае будет равна сумме энергий слагаемых колебаний, если

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2.$$

Такое соотношение между амплитудой результирующего колебания и амплитудами слагаемых колебаний имеет место, как показывает формула (16), только тогда, когда фазы слагаемых колебаний отличаются на величину $\frac{\pi}{2}$, или на $3\frac{\pi}{2}$, или вообще на величину $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, где n — нуль или какое-либо целое число.

Когда разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ или вообще $(2n+1)\pi$, то говорят, что колебания находятся в *противоположных фазах*. Действительно, в этом случае

$$|a| = |a_1 - a_2|.$$

Если фазы слагаемых колебаний противоположны и амплитуды равны ($a_1 = a_2$), то сложение колебаний приводит к покою ($a = 0$).

Когда разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ или вообще $2n\pi$, где n — любое целое число, то говорят, что колебания *совпадают по фазе*. В этом случае из формулы (16) следует, что

$$a = a_1 + a_2.$$

При совпадении фаз и равенстве амплитуд ($a_1 = a_2$) амплитуда результирующего колебания в два раза превышает амплитуду каждого из складываемых колебаний, и, следовательно, энергия результирующего колебания в четыре раза превышает энергию каждого из складываемых колебаний.

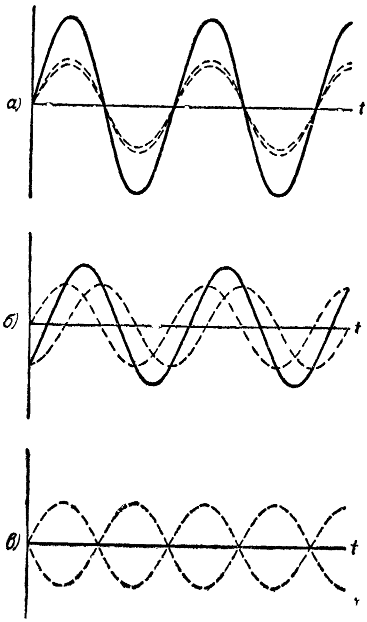

Рис. 132. Интерференция колебаний с одинаковыми амплитудами и с фазами: одинаковыми (*а*), разными (*б*) и противоположными (*в*).

На рис. 132 приведены три случая интерференции колебаний с одинаковой амплитудой, но с разными фазами (синусоида результирующего колебания построена посредством алгебраического суммирования ординат слагаемых синусоид).

§ 59. Другие случаи сложения колебаний

Когда складываемые колебания имеют *одинаковое направление, но неодинаковый период*, то результирующее колебание, вообще говоря, *не является гармоническим*.

Чтобы разобраться в том, какое результирующее движение в данном случае будет совершать материальная точка, обратимся снова к векторной диаграмме. Однако теперь вследствие неодинаковости частот слагаемых колебаний векторная диаграмма в том виде, как