

орбит на другие: такие удары называют неупругими ударами первого рода. В других случаях удар «более чем упруг», т. е. энергия движения молекул при ударе возрастает за счет некоторого уменьшения внутриаомной энергии — удар второго рода. Обнаружено, что неупругие удары с превращением энергии движения молекул во внутриаомную или внутриаомной энергии в энергию движения молекул постоянно происходят в действительности.

Газ, заключенный в какой-либо «теплоизолированный» сосуд и предоставленный самому себе, не испытывает ни самопроизвольного охлаждения, ни самопроизвольного нагревания. Отсюда можно заключить, что в ударах первого и второго рода превращение молекулярно-кинетической энергии во внутриаомную и обратное превращение энергии в среднем взаимно компенсируют друг друга. Поэтому во многих случаях неупругие удары можно не принимать во внимание; гипотеза, что все соударения молекул подчинены законам удара идеально упругих шаров, хотя и не верна, но тем не менее эта гипотеза является законной (не вносит никаких ошибок) при вычислении средних значений различных величин, характеризующих молекулярно-тепловое движение газа.

§ 82. Максвеллов закон распределения молекулярных скоростей в газе

В предыдущем не раз подчеркивалась беспорядочность, или хаотичность, молекулярных движений. Однако английский физик Максвелл в 1860 г. нашел точный закон, которому подчинены скорости молекул данного газообразного тела (причем предполагается, что все молекулы этого газа одинаковы и что температура во всех частях газа одна и та же). Этот закон представлен на рис. 186. Здесь по оси абсцисс откладываются различные значения скорости, возможные для отдельной газовой молекулы, от нуля до некоторой максимальной величины, а по оси ординат откладывается количество молекул, обладающих значением скорости, соответствующим данной абсциссе ¹⁾. Это количество остается неизменным, но состав его все время меняется благодаря столкновениям молекул между собой (так как при каждом столкновении скорость сталкивающихся молекул претерпевает резкое изменение).

График (рис. 186) и приведенная ниже таблица показывают следующее:

1) число молекул, имеющих малые скорости, очень мало по отношению ко всему числу молекул газа;

¹⁾ Если u и $u + du$ — два весьма близких друг к другу значения абсциссы, а $\frac{dN}{du}$ — соответствующее среднее значение ординаты, то $\frac{dN}{du} \cdot du = dN$ (площадь элементарной полоски графика) есть число молекул, обладающих скоростями, заключенными в пределах от u до $u + du$.

2) очень мало также число молекул, имеющих очень большие скорости;

3) есть одно значение скорости, которое встречается чаще всех других значений, так называемая *наивероятнейшая скорость* ρ ; этому значению соответствует максимум кривой распределения;

4) большой процент всех молекул имеет скорости, не очень сильно отличающиеся от наивероятнейшей скорости (см. таблицу на стр. 331), поэтому в некоторых упрощенных ориентировочных расчетах можно принимать, что все молекулы обладают примерно одной и той же скоростью.

Аналитически максвеллов закон распределения молекулярных скоростей выражается нижеследующей формулой:

$$dN = N \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{u}{\rho}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{u}{\rho}\right)^2} \cdot d\left(\frac{u}{\rho}\right); \quad (1)$$

здесь N — общее число молекул в заданной массе газа; dN — число молекул, скорости которых заключены в пределах u и $u \pm du$; ρ — наивероятнейшая скорость молекул.

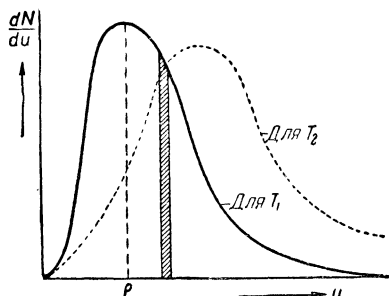


Рис. 186. Максвеллов закон распределения молекулярных скоростей для двух температур; $T_2 > T_1$.

На рис. 186 вторая, более пологая, кривая, изображенная пунктиром, показывает распределение скоростей по закону Максвелла при температуре более высокой, чем температура, к которой относится первая кривая. Сопоставление этих двух кривых наглядно выявляет свойства уравнения Максвелла (1). Мы видим, что при повышении температуры растет наивероятнейшая скорость (максимум кривой распределения сдвигается направо); это соответствует тому обстоятельству, что при повышении температуры скорости молекул вообще возрастают. Кривая Максвелла при повышении температуры становится более полой: это означает, что при повышении температуры распределение молекул по скоростям становится несколько более равномерным. Чем выше температура, тем выше идет правая ветвь кривой и тем ниже опущена левая ветвь; это означает, что с повышением температуры все более увеличивается доля молекул, скорости которых превышают наивероятнейшую скорость, и убывает доля молекул с малыми скоростями.

Закон распределения молекулярных скоростей представляет типичный пример *статистических законов*, в которых делаются утверждения, имеющие чрезвычайно большую вероятность, но не могущие рассматриваться как вполне достоверные (см. § 74).

Распределение скоростей между молекулами азота при комнатной температуре по закону Максвелла

Область скоростей в м/сек	Процент общего числа молекул, имеющих скорости, заключенные в указанных пределах
$0 < u < 100$. . .	1
$100 < u < 300$. . .	25
$300 < u < 500$. . .	42
$500 < u < 700$. . .	24
$700 < u < 900$. . .	7
$900 < u$. . .	1

Важно подчеркнуть, что закон Максвелла соблюдается вполне строго лишь для того случая, когда газ находится в покое.

Было осуществлено много опытов, доказавших непосредственными наблюдениями справедливость закона Максвелла. На рис.

187 показана схема одного из таких опытов, произведенного Штерном (в 1920 г.). Здесь V — сосуд, внутренность которого доведена до наибольшей возможной степени разрежения. Внутри сосуда находится источник молекул A (посеребренная

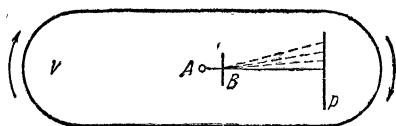


Рис 187. Схема опытов Штерна.

платиновая проволока, накаливаемая электрическим током). Частицы пара серебра со средней скоростью, соответствующей температуре проволоки, вылетают по прямым траекториям в окружающее пространство. При помощи одной или нескольких перегородок B с отверстиями выделяется расширяющийся молекулярный пучок, который дает серебряный налет на стеклянной пластинке P (частицы серебра уже при комнатной температуре имеют свойство, попадая на стекло, приставать к нему). Отверстиям в перегородках придана такая форма, чтобы получающееся пятно имело вид прямой черты. Если привести весь прибор во вращение около оси, перпендикулярной к направлению молекулярного пучка (и перпендикулярной также к плоскости чертежа) и проходящей через A , то серебряное пятно на пластинке P несколько сместится в направлении, противоположном направлению вращения. В самом деле, пока молекулы серебра летят от A до пластинки P , эта последняя успевает сдвинуться на некоторое расстояние s , так что и след, оставляемый молекулами, будет лежать на таком же расстоянии s от прежнего следа.

Пусть l — расстояние от A до P ; время, в течение которого пролетит от A до P молекула, имеющая скорость u , будет $t = \frac{l}{u}$. При

ν оборотах прибора в 1 сек. путь, пройденный пластинкой за время t , будет:

$$s = 2\pi l \cdot \nu t = 2\pi \frac{l^2 \nu}{u}.$$

При $\nu = 50 \text{ сек.}^{-1}$, $l = 10 \text{ см}$, $u = 500 \text{ м/сек}$ было бы $s = 6 \text{ мм}$.

Так как скорости молекул распределяются по закону Максвелла, то и значения s будут иметь известное «распределение», в результате чего пятно будет несколько размытым. Можно, наоборот, из распределения густоты налета вывести закон распределения молекулярных скоростей.

Теоретическое обоснование закона распределения молекулярных скоростей было глубоко проанализировано русским физиком Н. Н. Пироговым в ряде работ, опубликованных в 1886—1891 гг. Пирогов показал, что в противоположность соударению молекул (соударения приводят к распределению скоростей по закону Максвелла) ограничение пространства, занятого газом, оказывает на молекулярные скорости выравнивающее влияние — стремится привести скорости молекул газа к одинаковой для всех молекул величине.

Весомость газов с точки зрения молекулярно-кинетической теории. В каждый данный момент только незначительная часть молекул газа соприкасается со стенками и дном сосуда. Тяжесть остальных молекул в этот момент не может передаваться дну сосуда, так как нет сил взаимодействия. Возникает вопрос: каким же образом оказывается, что хотя большая часть молекул в каждый данный момент непосредственно и не влияет на равновесие весов, но все же вес газа равен суммарному весу всех его молекул?

Весом газа мы называем избыточную силу давления его на дно сосуда в сравнении с давлением, которое газ оказывает на верхние стенки сосуда. Это избыточное давление возникает в результате ускорения, которое приобретают молекулы газа при движении в поле тяжести. Для простоты рассуждения представим себе, что внутри кубического ящика, два основания которого горизонтальны, движется одна молекула газа. Мысленно разложим векториально скорость молекулы на три взаимно перпендикулярные составляющие: на одну вертикальную, обозначив ее через u , и на две расположенные в горизонтальной плоскости. Эти последние для нас неинтересны: они обуславливают давление молекулы на боковые стенки сосуда, и поле тяжести на них не влияет. Когда молекула ударяется о верхнюю или нижнюю стенку, ее вертикальная составляющая скорости изменяет знак на обратный, и, следовательно, импульс каждого удара, равный геометрическому изменению количества движения, равен $mu - (-mu) = 2mu$. Обозначим вертикальную составляющую скорости молекулы близ верхней стенки сосуда через u_1 и близ нижней стенки через u_2 . Тогда в результа-

те каждого пробега молекулы от верхней стенки до нижней возникает разность давлений на эти стенки, равная $2mu_2 - 2mu_1$.

Пусть t есть время пробега молекулы от верхней стенки до нижней и n — число ударов молекулы в каждую из этих стенок в 1 сек. Так как удар в каждую из этих стенок, например в верхнюю, происходит через промежуток времени, равный $2t$, то, очевидно, $n = \frac{1}{2t}$.

Давление, которое испытывает нижняя стенка, равно $2mu_2n$, давление на верхнюю стенку равно $2mu_1n$, разность их

$$p_2 - p_1 = 2m(u_2 - u_1)n = m \frac{u_2 - u_1}{t}.$$

Но если g есть ускорение силы тяжести, то очевидно, что

$$u_2 = u_1 + gt,$$

откуда

$$p_2 - p_1 = mg.$$

Следовательно, каждая молекула газа производит избыточное давление на дно сосуда в сравнении с давлением на верхнюю стенку сосуда, равное весу этой молекулы.

Приведенные рассуждения побуждают поставить вопрос: если каждая молекула газа при своем движении сверху вниз приобретает некоторое ускорение, то не означает ли это, что температурное равновесие газа в поле тяжести будет характеризоваться неодинаковым значением средней скорости молекул в верхних и нижних слоях газа? На первый взгляд может показаться, что средняя скорость внизу будет больше, чем в верхних слоях. Это, однако, не так. Дело в том, что поле тяжести влияет не только на вертикальную составляющую скорости молекул, но также и на распределение плотности молекул. При температурном равновесии у газа, находящегося в поле тяжести, плотность изменяется с высотой по барометрическому закону (§ 98). Число молекул в единице объема, обладающих какой-либо скоростью u , в нижних слоях газа больше, чем в верхних. Поэтому, как показывает точный расчет, среднее значение скорости в верхних и в нижних слоях одинаково. Так, если в каком-либо городе число жителей определенного возраста в два раза больше числа жителей того же возраста в другом городе и это соотношение имеет место для всех возрастов, то средний возраст жителей в обоих городах все же одинаков.

Для правильного понимания затронутой выше проблемы, которая впервые была рассмотрена Максвеллом (и известна под названием *парадокса Максвелла*), важно понять, что барометрическое изменение давления и производимое полем изменение вертикальной составляющей скорости молекул идеального газа — это два способа выражения одного и того же факта. Разность давлений, производимая полем тяжести в двух расположенных друг над другом

горизонтальных слоях газа, вызывается изменением вертикальной составляющей скорости молекул, движущихся из верхнего слоя в нижний и из нижнего в верхний. По той же причине происходит уплотнение нижних слоев газа, чем и обеспечивается равенство средних скоростей.

Мы видим, таким образом, что с равным правом весомость газов можно рассматривать или как следствие ускорения молекул при их движении вниз, или как проявление барометрической разности давлений.

§ 83. Основное уравнение кинетической теории газов

Выведем весьма важное уравнение, устанавливающее связь между давлением p газа, его объемом v и кинетической энергией E поступательного движения его молекул.

Для простоты вывода примем, что оболочка, в которую заключен газ, имеет форму шара радиуса R ; однако окончательное уравнение будет справедливо независимо от того, какую форму имеет оболочка, и даже от того, существует ли она вообще.

Мы сделаем следующее предположение: рассматриваемый газ настолько разрежен или же молекулы его настолько малы, что столкновения молекул происходят не слишком часто, так что каждая молекула может несколько раз удариться о стенки оболочки, раньше чем она столкнется с другой молекулой. (Мы делаем это предположение тоже только в целях простоты рассуждений; его можно было бы и не делать, причем мы пришли бы в итоге к тем же самым выводам, но путем более сложных расчетов.)

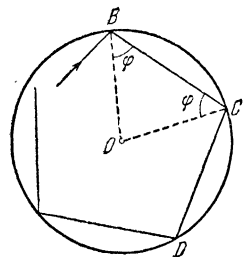


Рис 188 К выводу основного уравнения кинетической теории газов.

Что касается самих столкновений, то мы допустим, что они происходят по законам удара вполне упругих шаров.

Рассмотрим движение одной из молекул внутри сосуда. Пусть масса молекулы будет m , скорость ее u . Пусть она в точке B ударилась о стенку. Рис. 188 изображает сечение шарообразного сосуда, проведенное через центр его O и через линию движения молекулы. Легко сообразить, что рассматриваемая молекула будет двигаться в плоскости этого сечения все время, пока не столкнется с другой молекулой, что путь ее будет состоять из равных хорд BC , CD и т. д. и что углы ее удара о стенки и отражения от стенок всякий раз будут иметь одну и ту же величину φ .

Наша задача — подсчитать давление p газа, т. е. ту силу, с какой молекулы действуют на единицу поверхности оболочки посредством ударов. Для этого сначала определим импульс, передаваемый