при выбросе пара в конденсатор T_0 снижается соответственно давлению в конденсаторе). Оценивая посредством формулы Карно максимальный к. п. д. «идеального» двигателя внутреннего сгорания или газовой турбины, под температурой T_0 нужно понимать температуру продуктов сгорания при выхлопе, когда рабочее расширение продолжено до противодавления среды.

§ 100. Уравнение Пуассона. Адиабатная работа газа

Процессы адиабатного расширения и сжатия газов (или процессы близкие к ним) широко используются почти во всех термодинамических циклах тепловых и холодильных машин, а также в различных пневматических машинах и компрессорах. Эти процессы играют также существенную роль в атмосферных явлениях, в явлениях упругости (при быстрых изменениях напряжения), в звуковых явлениях и др.

Уравнение, связывающее параметры состояния газа при равновесном адиабатном расширении или сжатии, было дано Пуассоном (в 1823 г.). Уравнение Пуассона, как показано ниже, легко выводится из первого начала термодинамики; причем обнаруживается, что некоторая функция параметров состояния («энтропия») при равновесных адиабатных процессах остается постоянной. Физический смысл упомянутой функции (энтропии) в полной мере раскрывается на основе второго начала термодинамики в совокупности с выводами статистической механики (§ 102, 103, 104).

В общем случае теплота Q, сообщаемая телу, идет на увеличение внутренней энергии и на производство работы A. При бесконечно малом изменении состояния $\delta A = p\,dv$ и

$$\delta Q = dU + p\,dv.$$

Поскольку для идеальных газов $U = \nu C_v T$, то

$$\delta Q = \nu C_v\,dT + p\,dv.$$

Если равновесное расширение или сжатие газа происходит адиабатно, т. е. без притока или отнятия тепла, когда $\delta Q = 0$, то очевидно, что изменение температуры и объема в этом случае подчинено нижеследующему уравнению:

$$\delta Q = \nu C_v\,\partial T + p\,\partial v = 0.$$

Чтобы проинтегрировать это уравнение, нужно разделить переменные, что легко достигается подстановкой $p = \nu\frac{RT}{v}$ и почленным делением на T:

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu C_v\frac{\partial T}{T} + \nu R\frac{\partial v}{v} = 0.$$

Учитывая, что $\frac{dx}{x}$ есть дифференциал натурального логарифма x, мы видим, что правую часть написанного выражения можно получить, если, во-первых, продифференцировать функцию

$$S = \nu (C_v \ln T + R \ln v + a), \tag{2}$$

где $a = \text{const}$, и, во-вторых, принять, что эта *функция S при равновесном адиабатном расширении или сжатии остается неизменной* ($dS = 0$). Эта функция S есть *энтропия идеального газа.*

Потенцируя найденное соотношение между T и v при равновесном адиабатном расширении или сжатии газа, получим для 1 моля ($\nu = 1$):

$$T \cdot v^{\varkappa-1} = \text{const} = e^{\frac{S-a}{C_v}}, \tag{3}$$

где для удобства сопоставления с последующими формулами введено обозначение $\varkappa = \frac{C_p}{C_v}$ и, стало быть, $\varkappa - 1 = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{R}{C_v}$.

Отсюда мы видим, что при равновесном адиабатном расширении температура убывает обратно пропорционально ($\varkappa - 1$)-й степени объема. Следовательно, быстрее всего температура убывает у одноатомного газа. Это происходит потому, что при одинаковых температурах запас внутренней энергии одноатомного газа менее велик, чем у многоатомного.

Выведенная зависимость между T и v при равновесном адиабатном процессе представляет собой одно из уравнений Пуассона. Два других уравнения Пуассона для адиабат газа определяют зависимость между p и v и между T и p. Соответственно и энтропия газа может быть представлена как функция этих параметров.

Подставим в вышеприведенную формулу для S под знак логарифма вместо объема его выражение по уравнению Клапейрона $v = \nu \frac{RT}{p}$. Логарифмируя, получим три члена. Первый из них, $R \ln \nu R$, объединим с константой a и обозначим сумму их через a_1. Второй член, $R \ln T$, соединим с первым членом уравнения $C_v \ln T$, вынесем за скобки $\ln T$ и учтем, что $C_v + R = C_p$. Таким образом находим:

$$S = \nu (C_p \ln T - R \ln p + a_1), \tag{4}$$

где

$$a_1 = a + R \ln \nu R = \text{const}.$$

Отсюда, потенцируя, получаем второе уравнение Пуассона:

$$\frac{T}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} = \text{const} = e^{\frac{S-a_1}{C_p}}, \tag{5}$$

где по-прежнему

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v} \quad \text{и} \quad \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = \frac{C_p - C_v}{C_p} = \frac{R}{C_p}.$$

Возвращаясь опять к первой формуле для S [формула (2)], заменим в ней абсолютную температуру ее выражением из уравнения Клапейрона $T = \frac{pv}{\nu R}$. Логарифмируя, получим три члена: первый из них $C_v \ln p$; второй член $C_v \ln v$ соединим с $R \ln v$, вынесем за скобки $\ln v$ и учтем, что $C_v + R = C_p$; третий член — $C_v \ln \nu R$ объединим с константой a и обозначим их алгебраическую сумму через a_2. Таким образом получим:

$$S = \nu (C_v \ln p + C_p \ln v + a_2), \tag{6}$$

где

$$a_2 = a - C_v \ln \nu R = \text{const}.$$

Потенцируя, находим третье уравнение Пуассона, определяющее вид адиабат газа в диаграмме (p, v):

$$pv^{\varkappa} = \text{const} = e^{\frac{S - a_2}{C_v}}. \tag{7}$$

Так как всегда $\varkappa > 1$, то, сопоставляя это уравнение адиабат газа с уравнением изотерм по Бойлю $pv = \text{const}$, мы видим, что в диаграмме (p, v) *адиабаты круче спадают к оси объемов, чем изотермы.*

Для удобства пользования формулами Пуассона приводим таблицу, указывающую значение величин $\varkappa$, $\varkappa - 1$ и $\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$, которые фигурируют в формулах Пуассона в качестве показателей степени. В последнем столбце этой таблички приведены значения $\frac{1}{\varkappa - 1}$; эта величина показывает, во сколько раз теплоемкость 1 моля газа больше универсальной газовой постоянной [1]).

	$\varkappa$	$\varkappa - 1$	$\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$	$\frac{1}{\varkappa - 1} = \frac{C_v}{R}$
Одноатомный газ . .	$5/3$	$2/3$	$2/5$	$3/2$
Двухатомный » . .	$7/5$	$2/5$	$2/7$	$5/2$
Многоатомный » . .	$8/6$	$2/6$	$2/8$	$6/2$

[1]) Действительно, разделив почленно на C_v уравнение Роберта Майера $C_p = C_v + R$, получим: $\frac{C_p}{C_v} - 1 = \frac{R}{C_v}$, или $\varkappa - 1 = \frac{R}{C_p}$, откуда

$$C_v = \frac{1}{\varkappa - 1} R.$$

Уравнение Пуассона по смыслу его вывода приложимо только к равновесному адиабатному процессу. Для расчета быстрого (а значит, и неравновесного) адиабатного сжатия или расширения уравнением Пуассона по сути дела пользоваться нельзя. Резко, ударом увеличивая нагрузку на поршень, удерживающий газ в цилиндре, мы затрачиваем на сжатие газа больше работы, чем потребовалось бы при осторожном, постепенном увеличении нагрузки; в связи с этим температура газа будет возрастать быстрее, чем это следует по уравнению Пуассона. При неравновесном расширении газ производит меньшую работу, чем мог бы произвести, и поэтому температура будет падать медленнее.

Для расчета неравновесных (быстро протекающих) адиабатных процессов на практике часто пользуются формулами, тождественными по виду с приведенными выше формулами Пуассона, с тем, однако, существенным отличием, что величину $\varkappa$, которая в формулах Пуассона означает отношение теплоемкостей $\frac{C_p}{C_v}$, рассматривают просто как некоторую эмпирическую константу и подбирают для нее такое значение, при котором эти в сущности незаконно применяемые формулы дают наилучшее согласие с показаниями опыта.

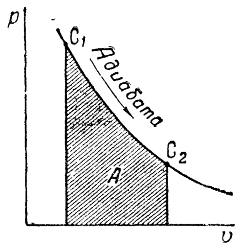

Рис. 207. Заштрихованная площадь изображает убыль внутренней энергии: $A=U_1-U_2$.

Когда сжатие или расширение тела происходит без притока или отдачи тепла, все равно — равновесно или же неравновесно, то работа производится телом за счет внутренней энергии (рис. 207)

$$A = U_1 - U_2. \tag{8}$$

Чтобы реализовать хотя бы приближенно условия равновесного адиабатного сжатия или расширения, надо, понятно, изолировать тело в тепловом отношении от окружающих тел, например поместить его в цилиндр, одетый в кожух, изготовленный из «плохих проводников тепла», или, что надежнее, поместить тело в цилиндр, подвешенный внутри другого цилиндра, который отделен от первого безвоздушным промежутком.

Легче осуществить неравновесное адиабатное сжатие или расширение. При крайне быстром сжатии тело не успевает отдать заметного количества тепла окружающей среде, и поэтому приближенно можно считать, что крайне быстрое сжатие происходит адиабатно. На этом основании прилагают, например, формулу адиабатной работы [формула (8)] к сжатию горючей смеси в цилиндре двигателя внутреннего сгорания.

Для газов работу адиабатного расширения можно вычислить по падению температуры. Действительно, по закону Джоуля для ν молей газа $U_1 - U_2 = \nu C_v(T_1 - T_2)$ и, следовательно,

$$A = \nu C_v(T_1 - T_2). \tag{9}$$

Если адиабатное расширение или сжатие протекало равновесно, то согласно формулам Пуассона, которые были пояснены выше, должно иметь место следующее соотношение между параметрами состояния газа в начале и в конце процесса:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}. \tag{10}$$

Воспользовавшись этим соотношением, мы напишем две формулы, часто применяемые на практике для вычисления работы адиабатного расширения газа. С этой целью в выражении $A = \nu C_v(T_1 - T_2)$ вынесем T_1 за скобки и заменим C_v через $\frac{R}{\varkappa - 1}$. Далее вместо отношения абсолютных температур $\frac{T_2}{T_1}$ подставим соответствующую степень отношения давлений или обратного отношения объемов. Таким образом, находим для ν молей газа:

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1}\right], \tag{11}$$

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right]. \tag{12}$$

Эти формулы справедливы для идеального газа, испытывающего равновесное адиабатное расширение ($A > 0$) или сжатие ($A < 0$). На практике их применяют к реальным газам и вычисляют по ним работу быстрого (значит, неравновесного) адиабатного расширения или сжатия, достигая согласия с опытом путем подбора константы $\varkappa$. Этими формулами широко пользуются, например, при расчете газовых двигателей.

§ 101. Цикл Карно и теорема о сумме приведенных теплот

Основатель термодинамики Сади Карно установил второе начало, изучая проблему возможного повышения к. п. д. тепловых машин.

По Карно, *наибольший к. п. д. тепловой машины не зависит от рода посредствующего тела и вполне определяется предельными температурами, между которыми машина работает.* Докажем, что приведенное утверждение является следствием невозможности существования вечного двигателя второго рода. Для этого