Для газов работу адиабатного расширения можно вычислить по падению температуры. Действительно, по закону Джоуля для ν молей газа $U_1 - U_2 = \nu C_v(T_1 - T_2)$ и, следовательно,

$$A = \nu C_v (T_1 - T_2). \tag{9}$$

Если адиабатное расширение или сжатие протекало равновесно, то согласно формулам Пуассона, которые были пояснены выше, должно иметь место следующее соотношение между параметрами состояния газа в начале и в конце процесса:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}. \tag{10}$$

Воспользовавшись этим соотношением, мы напишем две формулы, часто применяемые на практике для вычисления работы адиабатного расширения газа. С этой целью в выражении $A = \nu C_v (T_1 - T_2)$ вынесем T_1 за скобки и заменим C_v через $\frac{R}{\varkappa - 1}$. Далее вместо отношения абсолютных температур $\frac{T_2}{T_1}$ подставим соответствующую степень отношения давлений или обратного отношения объемов. Таким образом, находим для ν молей газа:

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1}\right], \tag{11}$$

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right]. \tag{12}$$

Эти формулы справедливы для идеального газа, испытывающего равновесное адиабатное расширение ($A > 0$) или сжатие ($A < 0$). На практике их применяют к реальным газам и вычисляют по ним работу быстрого (значит, неравновесного) адиабатного расширения или сжатия, достигая согласия с опытом путем подбора константы $\varkappa$. Этими формулами широко пользуются, например, при расчете газовых двигателей.

§ 101. Цикл Карно и теорема о сумме приведенных теплот

Основатель термодинамики Сади Карно установил второе начало, изучая проблему возможного повышения к. п. д. тепловых машин.

По Карно, *наибольший к. п. д. тепловой машины не зависит от рода посредствующего тела и вполне определяется предельными температурами, между которыми машина работает.* Докажем, что приведенное утверждение является следствием невозможности существования вечного двигателя второго рода. Для этого прежде всего вычислим к. п. д. машины, в которой идеальный газ совершает цикл, ограниченный двумя адиабатами и двумя изотермами (цикл Карно, рис. 208).

В первой, изотермической стадии расширения (кривая *1—2*) теплоисточник отдает, а идеальный газ получает теплоту Q, равную работе расширения газа от объема v_1 до v_2:

$$Q = \nu RT \ln\frac{v_2}{v_1},$$

где ν — число молей газа, содержащегося в цилиндре машины.

Во второй, адиабатной стадии расширения (кривая *2—3*) работа производится за счет убыли внутренней энергии газа, т. е. за счет падения температуры газа от уровня теплоисточника до уровня холодильника. При этом газ не получает и не отдает тепла.

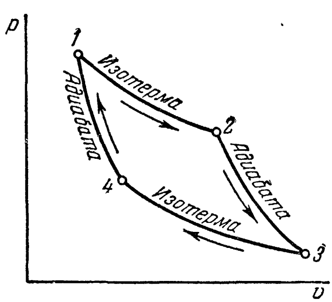

Рис. 208. Цикл Карно.

Затем идеальный газ сжимается изотермически от объема v_3 до объема v_4, определяемого пересечением изотермы холодильника с начальной адиабатой. На это сжатие газа (кривая *3—4*) должна быть затрачена работа, которая вследствие изотермичности процесса окажется целиком превращенной в теплоту Q_0, отдаваемую газом холодильнику:

$$Q_0 = \nu RT_0 \ln\frac{v_3}{v_4}.$$

Цикл завершается адиабатным сжатием газа до исходного объема v_1; при этом затрачиваемая работа идет на повышение температуры газа до первоначального значения, т. е. до уровня теплоисточника.

За цикл газ получает теплоту Q и отдает теплоту Q_0. Поскольку к концу цикла газ возвращен к своему исходному состоянию, то, стало быть, разность теплот $Q - Q_0$ превращена в работу A, произведенную газом за цикл. По определению, к. п. д. есть отношение этой работы к теплоте, полученной рабочим телом (в данном случае — газом) у теплоисточника:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q}.$$

Заметим теперь, что по уравнению Пуассона [§ 100, формула (3)] адиабата идеального газа характеризуется неизменностью произведения $Tv^{\varkappa-1}$. Объемы v_2 и v_3 лежат на одной адиабате, причем объем v_2 соответствует температуре T, а объем v_3 — температуре T_0.

Следовательно,

$$Tv_2^{\varkappa-1} = T_0 v_3^{\varkappa-1}.$$

Так как объемы v_1 и v_4 также лежат на одной адиабате и соответствуют тем же температурам T и T_0, то и для них можно написать аналогичное уравнение

$$Tv_1^{\varkappa-1} = T_0 v_4^{\varkappa-1}.$$

Разделив первое из этих уравнений на второе (причем температуры сократятся) и извлекая из обоих полученных отношений корень степени $\varkappa - 1$, находим, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}.$$

Учитывая это обстоятельство, подставим вышенайденные значения теплот Q и Q_0 в выражение к. п. д. $\eta = \frac{Q-Q_0}{Q}$ и сократим числитель и знаменатель на равные величины $\nu R \ln\frac{v_2}{v_1}$ и $\nu R \ln\frac{v_3}{v_4}$. Таким образом находим, что

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}, \tag{13}$$

т. е. *к. п. д. цикла Карно для машины, работающей на идеальном газе, равен отношению разности температур теплоисточника и холодильника к абсолютной температуре теплоисточника.*

Рассуждение Клаузиуса о двух сопряженных машинах Карно. Наряду с машиной, у которой рабочим телом является идеальный газ, возьмем другую машину, тоже работающую по циклу Карно и в тех же пределах температур, но у которой рабочее вещество произвольное, например, какой-либо пар или жидкость. Количество рабочих веществ для этих машин выбрано так, чтобы за каждый цикл обе они забирали у теплоисточника одинаковые количества тепла. Докажем, что к. п. д. этих машин равны.

Допустим, что это не так. Ту машину, у которой к. п. д. больше, назовем первой, а другую, у которой к. п. д. меньше, назовем второй и величины, относящиеся к ней, будем обозначать значком «штрих»:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q} > \eta = \frac{A'}{Q'} = \frac{Q' - Q_0'}{Q'},$$

причем по условию $Q' = Q$. Поступим так: первую машину используем как двигатель, а вторую — как холодильную, т. е. направим работу, производимую первой машиной, на то, чтобы заставить рабочее тело второй машины совершать цикл Карно в обратном направлении (при этом оно будет вследствие расширения при температуре T_0 забирать у холодильника тепло Q_0' и вследствие сжатия при температуре T отдавать теплоисточнику тепло Q', которое по условию равно Q (рис. 209). Если, как мы допустили, $A<A'$, то в итоге совокупность обеих машин за каждый цикл даст работу $A-A'$, а холодильник потеряет теплоту, эквивалентную этой работе $A-A'$, причем состояние теплоисточника будет оставаться неизменным, так как первой машине он отдает столько же тепла, сколько получает от второй. Но тогда подобное сочетание двух машин Карно представляло бы собой перпетуум мобиле второго рода. Мы пришли к противоречию со вторым началом термодинамики, что указывает на неправильность сделанного нами допущения о неравенстве к. п. д. рассмотренных машин. Стало быть, *к. п. д. машины с идеальным газом в качестве рабочего тела не может быть ни больше, ни меньше, чем к. п. д. аналогичной машины, работающей между теми же пределами температур, но имеющей в качестве рабочего тела не идеальный газ, а вообще любое вещество.*

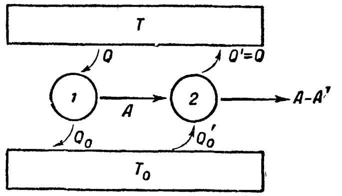

Рис. 209. К рассуждению Клаузиуса о двух сопряженных машинах Карно.

Мы видим, таким образом, что принцип, высказанный Карно, можно рассматривать как следствие невозможности перпетуум мобиле второго рода. Принцип Карно сыграл руководящую роль в развитии научных основ теплотехники. На основе этого принципа стало ясным, что для повышения к. п. д. тепловых машин важно идти по пути расширения температурных пределов, между которыми происходит цикл рабочего тела, тогда как замена одного рабочего вещества другим сама по себе не может дать никаких выгод. Форма цикла, вообще говоря, сказывается на величине к. п. д., причем *при заданных температурных пределах цикл Карно в сравнении со всеми остальными циклами обратимых машин дает наибольший к. п. д.*

Форма некоторых циклов иногда позволяет одни и те же тела промежуточной температуры использовать в одной половине цикла как теплоисточники, а в другой половине цикла — как холодильники. Такая *регенерация*[1]) *тепла* повышает к. п. д. цикла и приближает цикл по его свойствам к циклу Карно.

Сумма приведенных теплот. Обратимся снова к рис. 208. Верхнюю и нижнюю изотермы изображенного на этом рисунке цикла мы можем рассматривать как два пути перехода с одной адиабаты на другую. Теплота, которую нужно сообщить телу, чтобы перевести его из состояния *1* в *2* по одному из этих путей, например по верхней изотерме, не равна теплоте, которую потребовалось бы сообщить

[1]) Латинское слово regeneratio — в о з о б н о в л е н и е.

телу, чтобы перевести его с первой адиабаты на вторую по нижней изотерме ($Q \neq Q_0$).

Из выведенного выше соотношения

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}$$

получается, что

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{T_0}{T},$$

и, стало быть,

$$\frac{Q}{T} = \frac{Q_0}{T_0}, \tag{14}$$

т. е. *отношение изотермических теплот равновесного перехода с одной адиабаты на другую к абсолютной температуре, при которой этот переход производится, одинаково для всех изотерм* и, следовательно, зависит только от удаленности друг от друга рассматриваемых адиабат.

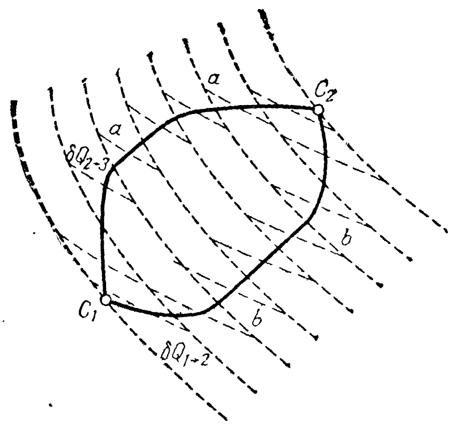

Рис. 210. Сумма приведенных теплот не зависит от пути процесса.

Отношение изотермической теплоты к абсолютной температуре, при которой сообщается теплота, называют *приведенной теплотой*. По формуле (14) *для всевозможных изотермических переходов между двумя какими-либо адиабатами приведенные теплоты одинаковы.*

Возьмем любое тело и сопоставим два каких-либо его состояния C_1 и C_2. Тело можно перевести из первого состояния во второе посредством различных процессов, которые графически на диаграмме состояний изобразятся различными кривыми. Сравним два пути перехода a и b (рис. 210). Теплота, которую нужно сообщить телу, чтобы перевести тело из C_1 в C_2 по пути a, вообще говоря, не равна теплоте перехода по пути b, $Q^{(a)} \neq Q^{(b)}$. Рассечем оба пути перехода тесной сетью адиабат, как это показано на рис. 210. Заменим процессы a и b чередованием изотермических и адиабатных изменений состояния; нетрудно сообразить, что при бесконечно большом числе адиабат, проведенных между C_1 и C_2, такую замену можно провести, почти не изменяя вида процессов a и b. Поэтому теплоты $Q^{(a)}$ и $Q^{(b)}$ можно представить как суммы теплот изотермических переходов с адиабаты на адиабату:

$$Q^{(a)} = \delta Q^{(a)}_{1\to 2} + \delta Q^{(a)}_{2\to 3} + \delta Q^{(a)}_{3\to 4} + \ldots,$$

$$Q^{(b)} = \delta Q^{(b)}_{1\to 2} + \delta Q^{(b)}_{2\to 3} + \delta Q^{(b)}_{3\to 4} + \ldots,$$

причем по формуле (14) для всех соответствующих членов этих сумм будем иметь равенства

$$\frac{\delta Q^{(a)}_{1\to 2}}{T^{(a)}_1} = \frac{\delta Q^{(b)}_{1\to 2}}{T^{(b)}_1}, \quad \frac{\delta Q^{(a)}_{2\to 3}}{T^{(a)}_2} = \frac{\delta Q^{(b)}_{2\to 3}}{T^{(b)}_2} \quad \text{и т. д.}$$

Следовательно, хотя $Q^{(a)} \neq Q^{(b)}$, но

$$\left(\sum \frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{по пути } a} = \left(\sum \frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{по пути } b}, \tag{15}$$

т. е. в отличие от суммы теплот *сумма приведенных теплот не зависит от пути равновесного процесса.*

§ 102. Энтропия. Основное уравнение термодинамики

Элементарная работа равновесного расширения равна произведению давления на приращение объема: $\delta A = p\,dv$. В более общем случае тело может производить не только одну работу расширения, но и еще какие-либо иные виды работы. Например, для разделения капли жидкости на более мелкие капли должна быть затрачена работа, направленная против сил поверхностного натяжения. Эта работа будет выражаться так: $\delta A = \alpha\,dq$, где q — площадь поверхности, а α — поверхностное натяжение. Если тело представляет собой проводник электричества, заряженный до потенциала φ, то для увеличения электрического заряда тела e на величину de надо затратить работу $\delta A = \varphi\,de$. Всегда вообще элементарная работа равновесного процесса может быть представлена в виде произведения типа

$$\delta A = H\,dh.$$

Множитель H носит название *фактора интенсивности работы* (его называют также «обобщенной силой»), множитель h носит название *фактора экстенсивности работы*[1]) (его называют также «обобщенной координатой»). Объем тела v, площадь его поверхности q, его заряд e суть факторы экстенсивности; давление p, поверхностное натяжение α, потенциал φ — факторы интенсивности (обобщенные силы).

[1]) В приведенной формуле $\delta A = H\,dh$ и вообще в данном параграфе (в отличие от других параграфов) мы пользуемся символом A для обозначения в одних случаях работы, производимой телом, в иных случаях — работы, затрачиваемой нами. Соответственно и h есть фактор экстенсивности производимой телом работы или же в других случаях — фактор экстенсивности затрачиваемой работы.