Две силовые линии поля никогда не пересекаются; если бы они пересеклись, это означало бы, что одной и той же точке пространства соответствуют два различных направления силы поля, что, понятно, невозможно.

В расположении и в форме силовых линий сказываются все особенности поля. Силовые линии поля, образованного уединенным точечным зарядом, расходятся по радиусам. Силовые линии между двумя наэлектризованными плоскостями представляют собой семейство параллельных прямых.

§ 5. Теорема Остроградского — Гаусса

Представление о силовых линиях позволяет внести наглядность и простоту в изучение электрических явлений.

Через каждую точку поля можно провести силовую линию. Число силовых линий ничем не ограничено; вычерчивая поле, их можно было бы рисовать и очень густо и, наоборот, на больших расстояниях друг от друга. Сделаем соглашение выбирать *густоту линий*, изображающих поле, так, чтобы эта густота определяла величину напряженности поля: будем проводить столько линий, чтобы *через каждый квадратный сантиметр сечения, перпендикулярного к линиям, проходило число линий, равное численному значению напряженности поля*. Если напряженность поля равна E единиц, то через 1 *см*^{2} поперечного сечения нужно провести E линий.

Этот способ изображения электрических полей обладает весьма важным достоинством: одни и те же линии изображают поле на всем его протяжении, причем по общему числу линий, выходящих наружу из какой-либо замкнутой поверхности, можно судить о количестве электричества, содержащегося в пространстве, ограниченном этой поверхностью.

В самом деле, окружим какой-либо точечный заряд Q шаровой поверхностью с радиусом r. Так как силовые линии поля направлены по радиусам, а поверхность шара везде перпендикулярна к радиусу, то через каждый квадратный сантиметр поверхности шара, по условию, должно проходить число линий, равное напряженности поля на этой поверхности, т. е. $\frac{Q}{\varepsilon r^2}$ линий, где ε есть диэлектрическая постоянная среды (мы предполагаем, что среда однородна). Поверхность шара равна $4\pi r^2$. Следовательно, общее число линий N, выходящих наружу из всей шаровой поверхности, равно

$$N = 4\pi r^2 \cdot \frac{Q}{\varepsilon r^2} = \frac{4\pi Q}{\varepsilon}.$$

Для положительного заряда число линий N положительно, для отрицательного заряда N отрицательно, т. е. линии в х о д я т в поверхность шара.

Это число, как видим, не зависит от r. Как на близких расстояниях, так и на далеких избранное нами изображение поля, при котором густота силовых линий выражает напряженность поля, осуществляется при помощи одних и тех же линий. Линии начинаются или кончаются только на зарядах.

Остроградский и Гаусс доказали, что приведенная выше формула для числа линий N может быть распространена на любое число как угодно расположенных зарядов.

Теорему Остроградского — Гаусса можно сформулировать следующим образом: *при сделанном соглашении, что густота силовых линий в каждом месте изображает напряженность поля, из всякой замкнутой поверхности, охватывающей заряды* Q_1, Q_2, Q_3, ..., *выходит алгебраическое число линий*

$$N_{\text{силов}} = \frac{4\pi}{\varepsilon}(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots). \quad (7)$$

Если мы проведем замкнутую поверхность, не содержащую внутри себя зарядов или же содержащую внутри себя равное число положительных и отрицательных зарядов, то алгебраическое число линий, выходящих из этой поверхности, будет равно нулю: из поверхности будет выходить столько же линий, сколько входит в нее.

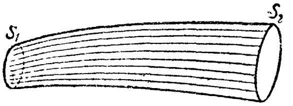

Рис. 3. Силовая трубка.

Рассмотрим ту часть электрического поля, где нет зарядов и где диэлектрическая среда однородна. В этой части поля представим себе пучок силовых линий. Ограничим эти силовые линии поверхностью, которая всюду касательна к направлению поля, и двумя плоскостями, перпендикулярными к силовым линиям (рис. 3). Выделенная таким образом часть поля представляет собой «трубку силовых линий», или, иначе, «фарадееву силовую трубку». Так как внутри силовой трубки нет электрических зарядов, то согласно теореме Остроградского — Гаусса число силовых линий, входящих в трубку через сечение S_1, будет равно числу силовых линий, выходящих из нее через сечение S_2. Иными словами, ни одна из силовых линий не кончается внутри трубки и не начинается там, а все силовые линии, не прерываясь, пронизывают оба поперечных сечения трубки. При этом согласно сделанному соглашению густота силовых линий (измеряемая их числом на 1 *см*^{2} сечения, перпендикулярного к линиям) всюду по длине силовой трубки равна напряженности поля. Если площадь сечения S_2 в n раз больше, чем площадь сечения S_1, то это означает, что напряженность поля вдоль силовой трубки уменьшается так, что в сечении S_2 напряженность поля в n раз меньше, чем в сечении S_1.

Следует отметить, однако, что для случаев, когда диэлектрическая среда неоднородна, изображение поля посредством силовых линий и силовых трубок утрачивает свою простоту. Из уравнения (7) видно, что число силовых линий зависит от диэлектрической постоянной. Стало быть, в неоднородной среде число линий в силовой трубке может измениться вследствие изменения диэлектрической постоянной среды. В неоднородной среде изображение поля, как показано в следующем параграфе, нужно строить иначе.

При графическом изображении поля густота силовых линий, пересекающих перпендикулярную к ним прямую в любом месте поля, изображает напряженность поля. Это позволяет вычерчивать сложные поля, образованные несколькими зарядами, по способу, указанному Максвеллом: сначала вычерчивают два уже известных поля, например поля точечных зарядов (рис. 4); получается сетка

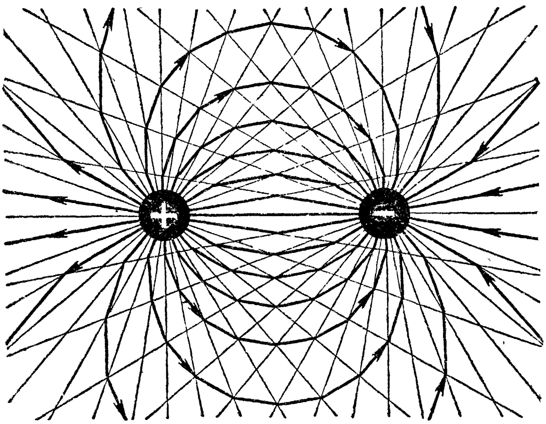

Рис. 4. Вычерчивание поля по способу Максвелла.

четырехугольных ячеек, в которых одна диагональ пропорциональна геометрической сумме напряженностей полей, а другая — их разности; соединяя соответственные углы этих ячеек, получают картину суммарного поля. Затем так же суммируют полученное поле с полем третьего, четвертого и т. д. зарядов. Во многих случаях этот графический метод анализа поля оказывается практически наиболее удобным.

§ 6. Вектор электрической индукции

Если электрическое поле заполнено различными диэлектриками, то в этих случаях теорема Остроградского — Гаусса в приведенной выше формулировке для расчетов непригодна.

Так, например, представим себе, что точечный заряд Q помещен в центре воздушного пузырька, который находится, скажем, в масле с диэлектрической постоянной ε (диэлектрическая постоянная