линий и силовых трубок утрачивает свою простоту. Из уравнения (7) видно, что число силовых линий зависит от диэлектрической постоянной. Стало быть, в неоднородной среде число линий в силовой трубке может измениться вследствие изменения диэлектрической постоянной среды. В неоднородной среде изображение поля, как показано в следующем параграфе, нужно строить иначе.

При графическом изображении поля густота силовых линий, пересекающих перпендикулярную к ним прямую в любом месте поля, изображает напряженность поля. Это позволяет вычерчивать сложные поля, образованные несколькими зарядами, по способу, указанному Максвеллом: сначала вычерчивают два уже известных поля, например поля точечных зарядов (рис. 4); получается сетка

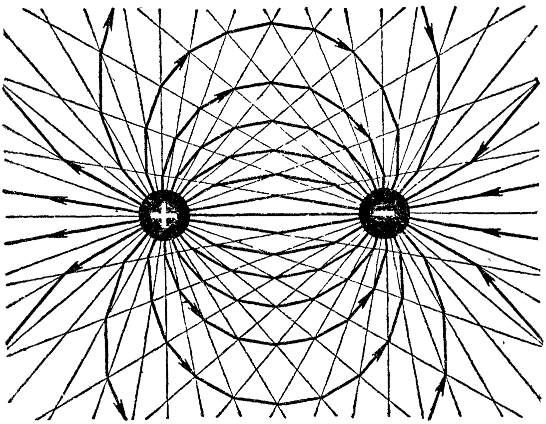

Рис. 4. Вычерчивание поля по способу Максвелла.

четырехугольных ячеек, в которых одна диагональ пропорциональна геометрической сумме напряженностей полей, а другая — их разности; соединяя соответственные углы этих ячеек, получают картину суммарного поля. Затем так же суммируют полученное поле с полем третьего, четвертого и т. д. зарядов. Во многих случаях этот графический метод анализа поля оказывается практически наиболее удобным.

§ 6. Вектор электрической индукции

Если электрическое поле заполнено различными диэлектриками, то в этих случаях теорема Остроградского — Гаусса в приведенной выше формулировке для расчетов непригодна.

Так, например, представим себе, что точечный заряд Q помещен в центре воздушного пузырька, который находится, скажем, в масле с диэлектрической постоянной ε (диэлектрическая постоянная воздуха близка к единице). Тогда вокруг заряда в воздухе имеются $4\pi Q$ линий и густота их у самой поверхности воздушного пузырька, имеющего форму шара с радиусом r, равна $\frac{Q}{r^2}$. По другую сторону этой поверхности, в масле, напряженность поля и густота линий равны $\frac{Q}{\varepsilon r^2}$, т. е. в ε раз меньше, и общее число выходящих из поверхности линий тоже в ε раз меньше: оно равно $\frac{4\pi Q}{\varepsilon}$ вместо $4\pi Q$. При переходе через границу раздела диэлектриков, таким образом, потеряно некоторое число линий (рис. 5).

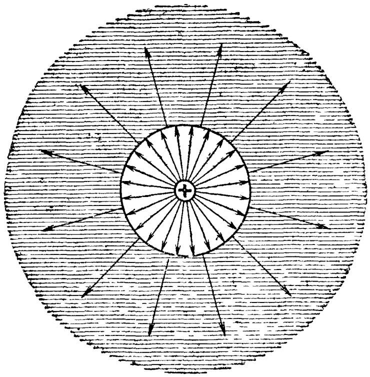

Рис. 5. Электрический заряд расположен в центре воздушного пузырька, находящегося в масле. На поверхности раздела воздух — масло часть силовых линий прерывается.

В нашем случае силовые линии перпендикулярны к поверхности раздела. В общем случае, когда силовые линии проходят под углом к поверхности раздела, нормальные составляющие векторов напряженностей электрического поля испытывают такой же скачок, как и в разобранном случае, *т.е. нормальная составляющая напряженности всегда уменьшается во столько раз, во сколько возрастает диэлектрическая постоянная.*

Если одна среда имеет диэлектрическую постоянную ε_1, а другая ε_2, то скачок нормальных составляющих напряженностей поля определяется следующим уравнением:

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}, \qquad (8)$$

где E_{n1} — нормальная составляющая напряженности поля в первой среде, а E_{n2} — нормальная составляющая напряженности поля во второй среде *Тангенциальные составляющие* E_t, параллельные границе раздела, при переходе из одной среды в другую *изменяются непрерывно, без скачка.* Благодаря этому происходит «преломление» силовых линий на границе двух сред (рис. 6). Чтобы сохранить все преи-

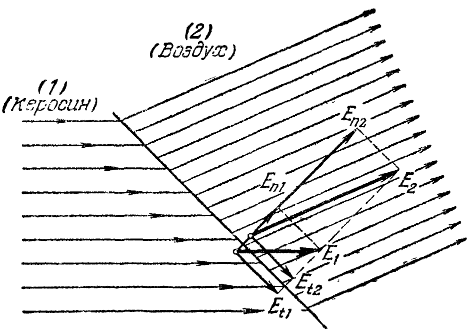

Рис. 6. Преломление силовых линий на границе двух диэлектриков — керосина (*1*) и воздуха (*2*). Поскольку $\varepsilon_1 = 2$, а $\varepsilon_2 = 1$, то по уравнению (8) $E_{n2} = 2E_{n1}$, тогда как $E_{t2} = E_{t1}$. Вследствие этого вектор E_2 больше, чем E_1, и имеет другое направление.

мущества, которые вытекают из теоремы Остроградского — Гаусса, *вместо напряженности, которая испытывает скачок на поверхности раздела двух сред, надо ввести новую величину, для которой такого скачка не имелось бы.* Нетрудно указать такую величину. Так как при переходе в среду с диэлектрической постоянной ε сила поля E и число линий, ее изображающих, уменьшаются в ε раз, то введем векторную величину для электрического поля: $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$. Очевидно, что эта величина остается неизменной при переходе в новую среду ($\boldsymbol{E}$ уменьшается во столько же раз, во сколько раз возрастает ε). Вектор $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$ называют *электрической индукцией.*

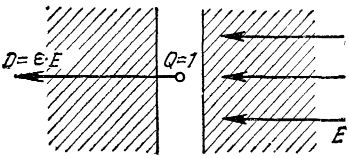

Рис. 7. Индукция поля в диэлектрике измеряется силой, действующей на заряд $Q=1$ в узком поперечном зазоре.

Каков физический смысл вектора электрической индукции? Чтобы разобраться в этом, вспомним, что вектор напряженности $\boldsymbol{E}$ в любой точке электрического поля и в любой среде представляет собой силу, которая действовала бы на единицу положительного электричества, помещенную в этой точке поля. Теперь представим себе, что в среде с диэлектрической постоянной ε образован бесконечно тонкий вакуумный зазор, грани которого перпендикулярны к направлению поля в рассматриваемом месте (рис. 7). Если в эту вакуумную щель поместить точечный «пробный» заряд величиной в единицу положительного электричества, то сила, с которой поле будет действовать на этот заряд, окажется равной не $\boldsymbol{E}$, а индукции $\boldsymbol{D}$. Действительно, на гранях раздела среды, имеющей диэлектрическую постоянную ε, и вакуума, диэлектрическая постоянная которого равна единице, напряженность поля испытывает скачок согласно уравнению (8):

$$\varepsilon\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_{\text{зазор}\,(\perp)}.$$

А так как, по определению, $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$, то, стало быть,

$$\boldsymbol{E}_{\text{зазор}\,(\perp)}=\boldsymbol{D}.$$

Итак, *вектор электрической индукции представляет собой силу, действующую на точечный заряд в единицу положительного электричества, когда этот заряд помещен в бесконечно узком зазоре, грани которого перпендикулярны к направлению поля.*

Заметим, что если бы тонкий вакуумный зазор был расположен не перпендикулярно к силовым линиям, а параллельно им (рис. 8), то сила, действующая на пробный заряд, помещенный в такую параллельную щель, была бы равна E:

$$\boldsymbol{E}_{\text{зазор}\,(\parallel)}=\boldsymbol{E}.$$

Это объясняется тем, что, как отмечено выше, тангенциальные составляющие напряженности поля не испытывают скачка на границе раздела двух сред.

Название вектора («вектор индукции») указывает на связь этого вектора с явлением электризации по влиянию — с явлением электростатической индукции. И в самом деле, при определенных, и притом наипростейших, условиях электризация проводников по влиянию действительно пропорциональна величине вектора $\boldsymbol{D}$. Подробнее это пояснено в следующем параграфе.

(Вместо вектора электрической индукции нередко вводят в рассмотрение вектор *электрического смещения*, отличающийся от вектора электрической индукции коэффициентом $\frac{1}{4\pi}$, так что $\boldsymbol{D}_{\text{смещ}}=\frac{\varepsilon}{4\pi}\boldsymbol{E}$; некоторые авторы называют этот вектор *электрической возбужденностью*.)

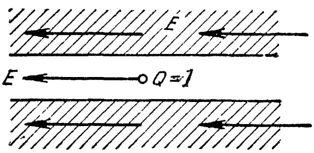

Рис. 8. Напряженность поля в диэлектрике измеряется силой, действующей на заряд $Q=1$ в узкой продольной щели.

Так же как раньше поле изображалось при помощи силовых линий, густота которых измеряла силу поля, мы можем теперь изображать *линии индукции*, совпадающие по направлению с силовыми линиями (только в кристаллах индукция может не совпадать по направлению с силой поля). Чтобы изобразить величину индукции, мы опять *условимся проводить через 1 $см^2$ поперечного сечения столько линий индукции, сколько абсолютных электростатических единиц в числе D.*

Главное преимущество индукции заключается в безусловной применимости теоремы Остроградского — Гаусса: *общее алгебраическое число линий индукции N, проходящих через любую замкнутую поверхность, не зависит от диэлектрических свойств среды и равно*

$$N_{\text{инд}}=4\pi(Q_1+Q_2+Q_3+\ldots), \tag{9}$$

где Q_1, Q_2, ...— заряды, находящиеся внутри этой поверхности (см. предпоследний абзац предыдущего параграфа).

В пустоте число линий индукции и число силовых линий совпадают.

Число линий индукции, проходящих сквозь какую-либо поверхность, проведенную в поле, называют *потоком индукции* сквозь данную поверхность.

Очевидно, что в равномерном поле поток индукции через площадку в 1 $см^2$, расположенную перпендикулярно к направлению поля, равен численному значению вектора индукции $\boldsymbol{D}$.

В неравномерном поле поток индукции через бесконечно малую площадку $dS_{\perp}$, перпендикулярную к $\boldsymbol{D}$, равен $D \cdot dS_{\perp}$.

Если площадка dS расположена под острым углом к направлению поля и $dS_\perp$ есть проекция площадки dS (рис. 9), то поток индукции через площадку dS будет таким же, как и через площадку $dS_\perp$, т. е. равным $D \cdot dS_\perp$. Иначе говоря, он равен $D \cdot \cos\theta \cdot dS$ (так как $dS_\perp = dS \cdot \cos\theta$). Произведение $D \cdot \cos\theta \cdot dS$ можно записать и так: $D_n \cdot dS$, где D_n — проекция вектора $\boldsymbol{D}$ на нормаль к площадке dS. Итак, *поток индукции через площадку dS равен произведению $D_n\, dS$.*

Для вычисления потока индукции через некоторую поверхность S нужно образовать сумму потоков индукции через все элементарно малые площадки, из которых состоит поверхность S. Такая сумма бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых выражается интегралом, «распределенным по поверхности S»:

$$\underset{(\text{через } S)}{N_{\text{инд}}} = \iint\limits_{(S)} D_n \cdot dS. \tag{10}$$

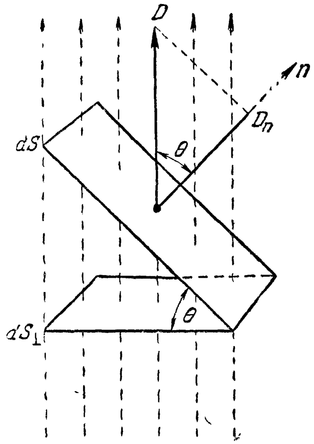

Рис. 9. Поток индукции через площадку dS равен $D \cdot dS_\perp = D \cos\theta \cdot dS = D_n dS$.

По теореме Остроградского — Гаусса поток электрической индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю, если внутри этой поверхности электрические заряды отсутствуют; поток электрической индукции равен нулю также и в том случае, если алгебраическая сумма зарядов, охватываемых поверхностью, равна нулю. Если же алгебраическая сумма зарядов в рассматриваемом объеме отлична от нуля и равна ΣQ, то поток индукции через поверхность, охватывающую этот объем, равен $4\pi\Sigma Q$.

Внешние заряды не влияют на величину потока индукции через замкнутую поверхность (сколько линий индукции от внешних зарядов входит через эту поверхность, столько и выходит).

Основываясь на теореме Остроградского — Гаусса в форме (9), еще раз обратимся к характеристике поля в бесконечно тонкой вакуумной полости, имеющей вид узкой щели, грани которой перпендикулярны к направлению поля в диэлектрике. Вследствие непрерывности линий индукции густота линий индукции в такой щели при достаточной протяженности ее граней будет такой же, как и в диэлектрике. Стало быть, если $\boldsymbol{D}$ есть вектор электрической индукции в диэлектрике, а $\boldsymbol{D}_{\text{зазор}}$ — то же в указанном вакуумном зазоре, то $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_{\text{зазор}}$. Но индукция в вакууме совпадает по величине и направлению с напряженностью поля $\boldsymbol{E}_{\text{зазор}}$, следовательно,

$$\boldsymbol{E}_{\text{зазор}\,(\perp)} = \boldsymbol{D}. \tag{11}$$