§ 8. Потенциал электрического поля

О величине силы мы судим или по ускорению, которое сила сообщает телу, или по величине вызываемой ею деформации тела, или, наконец, по величине работы, которую сила выполняет при перемещении ее точки приложения. Чтобы сделать этот последний способ математически точным и легко приложимым к практическим расчетам, вводится понятие об особой величине, имеющей размерность работы, отнесенной к единице массы (или к единице количества электричества, магнетизма и т. д.). Именно, каждая точка пространства, в котором действуют силы, характеризуется определенным значением потенциала (т. I, стр. 136)[1]. *Под потенциалом электрического поля в данной точке подразумевается работа, которая производится силами поля при перемещении из данной точки в бесконечность единицы количества положительного электричества.*

Когда при перемещении единицы положительного электричества из данной точки в пространство, где поля нет, силы поля действительно производят работу, то потенциал в этой точке положителен, и он тем более велик, чем больше указанная работа. Так, всюду вокруг положительного заряда, если нет поблизости отрицательных зарядов, потенциал электрического поля положителен.

Когда силы поля препятствуют перемещению единицы положительного электричества из рассматриваемой точки в бесконечность, то, значит, производимая ими работа является отрицательной и, следовательно, потенциал в данной точке отрицателен; по абсолютной же величине он тем более велик, чем бо́льшую работу нужно затратить против сил поля при упомянутом перемещении. Таким образом, потенциал электрического поля, образованного отрицательным зарядом, отрицателен; всегда отрицателен потенциал поля всемирного тяготения.

Если бы, повторяя рассуждения, приведенные в т. I на стр. 132—134, мы подсчитали работу, которую силы поля производят при перемещении в бесконечность единицы положительного электричества из точки, удаленной на расстояние r от единичного точечного заряда Q, то мы получили бы, что работа эта, т. е. потенциал в указанной точке, составляет:

$$V = \frac{Q}{\varepsilon r} \tag{15}$$

(здесь ε есть диэлектрическая постоянная среды, в которой находится заряд Q).

[1]) В ссылках параграфы и страницы первого тома курса указаны по изданию 1959 г.

Формулу (15) легко получить, применяя правила интегрирования. В любой точке сферы на расстоянии r от заряда (рис. 15) напряженность поля есть $E=\frac{Q}{\varepsilon r^2}$. При перемещении единицы положительного электричества от заряда Q на расстояние dr по направлению радиуса производится работа $E\,dr$. Суммарная работа равна интегралу от этой величины, взятому от r до $r=\infty$:

$$V=\int_r^{r=\infty} E\,dr=\frac{Q}{\varepsilon}\int_r^{r=\infty}\frac{1}{r^2}\,dr=\frac{Q}{\varepsilon r}.$$

Когда поле образовано несколькими (как угодно расположенными) зарядами Q_1, Q_2, ... и расстояния некоторой точки от этих

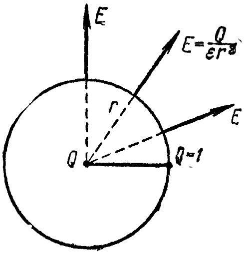

Рис 15. К выводу формулы для потенциала точечного заряда.

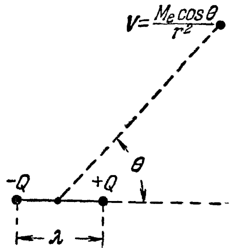

Рис. 16. К пояснению формулы потенциала диполя.

зарядов соответственно равны r_1, r_2, ..., то потенциал в этой точке равен *алгебраической сумме потенциалов* полей, образованных отдельными зарядами, так что (при $\varepsilon=1$)

$$V=\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}+\ldots \tag{16}$$

Вычисление показывает, что потенциал в какой-либо точке поля, образованного диполем, на расстоянии r от центра диполя (если r достаточно велико в сравнении с расстоянием между зарядами диполя) определяется формулой

$$V=\frac{M_e\cos\theta}{r^2}, \tag{17}$$

где $M_e=Q\lambda$ — момент диполя и θ — угол между направлением оси диполя и направлением радиуса-вектора, проведённого из центра диполя в рассматриваемую точку поля (рис. 16).

В высшей степени важно, что *работа перемещения заряда в электростатическом поле, так же как и работа перемещения массы в поле тяготения, не зависит от пути перемещения, а зависит* *только от начального и конечного положений перемещаемого заряда или массы* (т. I, стр. 132). Для всего бесчисленного множества траекторий, которые можно провести между точками начального и конечного положений перемещаемого заряда, *работа перемещения одинакова и равна разности потенциалов этих точек, умноженной на перемещаемый заряд*:

$$A = Q(V_2 - V_1). \tag{18}$$

В связи со сказанным ясно, что при возвращении перемещаемого заряда в исходное положение, т. е. *при перемещении заряда по замкнутому контуру, работа равна нулю.*

Из самого определения потенциала как работы, производимой силами поля, следует, что вдоль силовой линии в положительном ее направлении потенциал уменьшается. *Поле стремится перемещать положительное электричество в направлении падения потенциала, а отрицательное электричество — в направлении возрастания потенциала.*

Так как в направлении, перпендикулярном к силовым линиям, заряды можно перемещать, не затрачивая работы (проекция силы на перемещение равна нулю), то, следовательно, поверхность, перпендикулярная во всех своих точках к направлению пронизывающих ее силовых линий, является поверхностью, объединяющей места одинакового потенциала. Поэтому *поверхность, всюду перпендикулярная к направлению силовых линий, называется эквипотенциальной поверхностью*, или, иначе, *поверхностью равного уровня* (рис. 17).

Заметим, что выражения «падение потенциала» и «поверхность равного уровня» возникли из аналогии электрических явлений с явлениями, которые можно наблюдать при течении жидкостей. В целях образности речи мы часто электричество уподобляем жидкости, мы говорим: «электричество течет», «электрический ток». Потенциал можно уподобить уровню жидкости или гидростатическому давлению. Действительно, положительное электричество движется от высшего потенциала к низшему, как жидкость течет от высшего уровня к низшему.

Для того чтобы определенное количество жидкости, например весом G, поднять с некоторого уровня h_1 на некоторый другой уровень h_2, необходимо затратить работу $A = G(h_2 - h_1)$; величина этой работы совершенно не зависит от того пути, по которому мы перемещаем жидкость. Точно так же в случае электрического поля работа при перемещении электричества Q от одного потенциала V_1 к другому V_2 не зависит от пути перемещения и выражается аналогичной формулой

$$A = Q(V_2 - V_1).$$

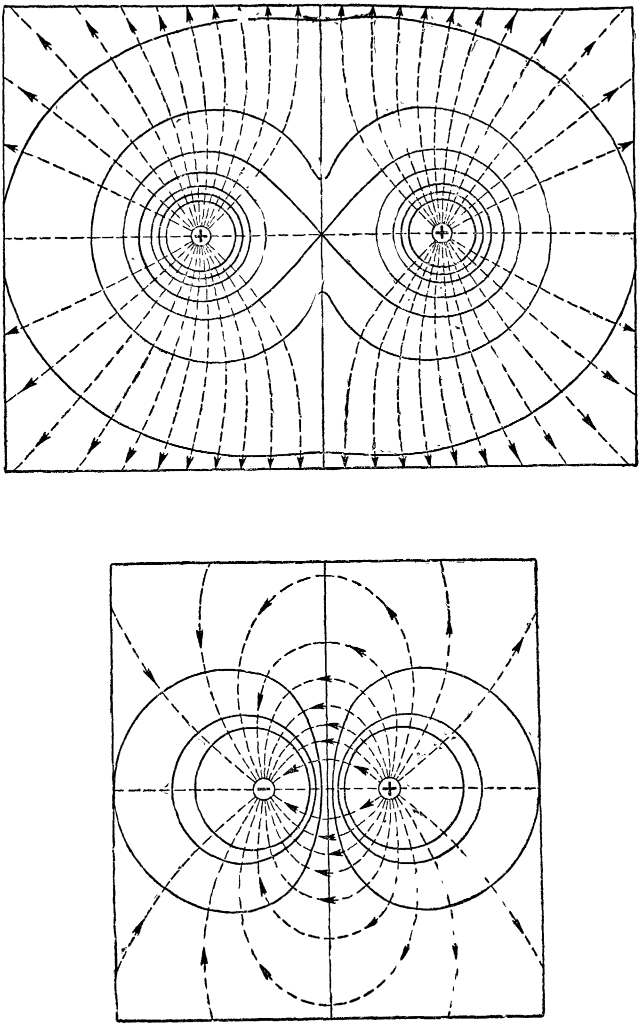

Рис. 17. Эквипотенциальные поверхности поля двух равных одноименных зарядов (наверху) и диполя (внизу). Пунктиром показаны силовые линии.

Как уже было упомянуто, эквипотенциальная поверхность всюду перпендикулярна к направлению вектора напряженности поля (к направлению силовых линий). Зная расположение всех эквипотенциальных поверхностей (т. е. зная значение потенциала во всех точках поля), нетрудно вычислить напряженность поля в любой точке. Действительно, представим себе, что через интересующую нас точку поля проведена эквипотенциальная поверхность $V_1=\text{const}$ (рис. 18). Проведем рядом вторую эквипотенциальную поверхность $V_2=V_1+dV=$ $=\text{const}$, где потенциал на бесконечно малую величину больше. Пусть от рассматриваемой точки поля эта вторая эквипотенциальная поверхность удалена (по нормали к первой поверхности) на расстояние dl. Напряженность поля есть сила, действующая на точечный заряд, равный 1 эл.-ст. единице количества электричества, помещенный в рассматриваемую точку поля, а убыль потенциала (V_1-V_2) есть работа, производимая полем при перемещении этого заряда; стало быть,

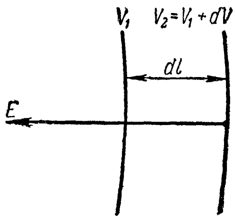

Рис. 18. К выводу формулы, определяющей напряженность поля как градиент потенциала: $-dV=Edl$.

$$E\cdot dl=-dV,$$

или

$$E=-\frac{dV}{dl}. \tag{19}$$

Производную от потенциала по длине перемещения (в направлении нормали к поверхности уровня) называют *градиентом потенциала*. Градиент потенциала рассматривают как вектор, направленный в сторону наибольшего возрастания потенциала. Мы видим, что *вектор напряженности электростатического поля по величине равен, а по направлению противоположен градиенту электрического потенциала.*

Из самого определения потенциала следует и величина его единицы. *Абсолютной электростатической единицей потенциала является такая разность потенциалов, при прохождении которой одна абсолютная электростатическая единица количества электричества совершает работу, равную одному эргу.*

Если бы при перемещении по нормали к поверхности уровня изменение потенциала происходило равномерно, то напряженность поля была бы равна убыли потенциала, приходящейся на 1 *см*.

О напряженности в различных точках поля можно судить по тому, насколько близко расположены друг к другу поверхности уровня, потенциалы которых отличаются на единицу потенциала. Действительно, положив в формуле (19) $dV=1$, мы видим, что *напряженность поля в различных точках поля обратно пропорциональна удаленности* Δl *поверхностей уровня, отличающихся на единицу потенциала.*

Когда напряженность поля имеет во всех точках одно и то же направление и одинаковую величину, то такое поле называют *однородным*. Иначе говоря, однородным является такое поле, в котором градиент потенциала всюду имеет одинаковое значение и одинаковое направление.

За практическую единицу потенциала принят *вольт*, который в 300 раз меньше абсолютной электростатической единицы потенциала:

$$1\,\textit{в} = \frac{1}{300} \text{ абс. эл.-ст. ед. потенциала.}$$

На расстоянии 1 *см* от заряда в 1 эл.-ст. ед. количества электричества потенциал (в пустоте) равен 1 эл.-ст. ед. потенциала, или, что то же, 300 *в*.

Наиболее употребительные гальванические элементы дают на своих полюсах разность потенциалов около 1 *в*. Чтобы в воздухе получить электрическую искру длиной в 1 *мм*, необходима разность потенциалов между заряженными шариками примерно в 3000 *в*, или 10 эл.-ст. ед. потенциала.

Работа, которую надо затратить, чтобы перенести 1 кулон электричества из одной точки электрического поля в другую точку при разности потенциалов в этих точках в 1 *в*, равна 1 *дж*:

$$\text{кулон}\cdot\text{вольт} = 3\cdot 10^9\,\frac{1}{300} \text{ эргов} = 10^7 \text{ эргов} = 1 \text{ джоулю.}$$

Напомним, что джоуль составляет примерно $\frac{1}{10}$ килограммометра $\left(\text{точнее, } \frac{1}{9{,}81}\ \textit{кГм}\right)$ и эквивалентен 0,239 *кал*.

Поскольку заряд электрона равен $4{,}803\cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. ед. количества электричества, или $1{,}601\cdot 10^{-19}$ кулона, то очевидно, что для перемещения электрона из одной точки поля в другую, где потенциал на 1 вольт больше, требуется затрата энергии

$$1 \text{ электрон-вольт} = 1{,}601\cdot 10^{-19}\ \textit{дж} = 1{,}601\cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Эту величину энергии (в сокращенном обозначении *эв*), а также в миллион раз бóльшую величину (*мегаэлектрон-вольт*, в сокращенном обозначении *Мэв*) в физических расчетах часто принимают в качестве единицы энергии.

Нередко в качестве единицы энергии применяют также *фарадей-вольт*. Это — работа, производимая зарядом в 1 фарадей при прохождении разности потенциалов в 1 *в*. Так как фарадей представляет собой суммарный заряд авогадрова числа электронов (при электролизе — заряд грамм-эквивалента вещества):

$$1 \text{ фарадей} = N_{\text{Ав}} \cdot e = 96\,500 \text{ кулонам},$$

то, очевидно,

$$1 \text{ фарадей-вольт} = 96\,500 \textit{ дж} = 96{,}5 \cdot 10^{10} \text{ эргов} = 23{,}06 \textit{ кал}.$$

§ 9. Формулы электростатики в практической системе единиц

Как было упомянуто на стр. 14, практической единицей количества электричества является *кулон*, или, что то же, *ампер-секунда*:

$$1 \text{ кулон} = 1 \text{ ампер-секунда} = 3 \cdot 10^9 \text{ абс. эл.-ст. ед.}$$

В качестве единицы силы в практической электрической системе единиц (как и в системе МКС, т. I, стр. 87) принимают 1 ньютон, равный 10^5 динам. Эта сила на пути в 1 *м* производит работу, равную 1 *дж*; поэтому для ее обозначения можно пользоваться символом $\dfrac{\textit{джоуль}}{\textit{метр}}$.

Нетрудно сообразить, что если в законе Кулона

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon r^2}$$

мы выразим заряды Q_1 и Q_2 не в абсолютных электростатических единицах, а в кулонах, а расстояние r—в метрах и пожелаем, чтобы сила F была выражена не в динах, а в ньютонах, то в правой части закона Кулона появится коэффициент, численно равный $\dfrac{(3 \cdot 10^9)^2}{(10^2)^2 \cdot 10^5} = 9 \cdot 10^9$. Чтобы не загромождать формулы этим числовым коэффициентом, а заодно избавиться и от того коэффициента, равного 4π, который, как можно видеть из предыдущих параграфов, фигурирует из геометрических оснований во многих формулах электростатики, поступают следующим образом. Коэффициент $9 \cdot 10^9$ переносят в знаменатель формулы Кулона и величину $\dfrac{\varepsilon}{9 \cdot 10^9}$ обозначают через $4\pi\varepsilon^*$:

$$\frac{\varepsilon}{9 \cdot 10^9} = 4\pi\varepsilon^*.$$

Иначе говоря, для характеристики диэлектрических свойств среды пользуются такими *числовыми выражениями диэлектрических постоянных в практической системе единиц*, которые пропорциональны «истинным» величинам диэлектрических постоянных ε:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \varepsilon. \tag{20}$$

Следует иметь в виду, что обычно применяемые в физике при пользовании абсолютной системой единиц числовые выражения диэлектрических констант ε только в условном смысле могут именоваться «истинными», так как остается открытым вопрос, надлежит ли считать диэлектрическую постоянную отвлеченным числом или этой величине следует приписать особую размерность, вытекающую из закона Кулона: $[\varepsilon] = \left[\dfrac{(\textit{заряд})^2}{(\textit{сила}) \cdot (\textit{длина})^2}\right]$. Принимая во внимание, что