в центре шара, мы находим по формуле (15) § 8, что потенциал на поверхности шара будет равен $\frac{Q}{\varepsilon R}$, и, стало быть, электроемкость шара, находящегося в среде с диэлектрической постоянной ε, равна

$$C = \varepsilon R. \qquad (3)$$

Абсолютной единицей емкости является емкость проводника, который от заряда в одну абсолютную единицу количества электричества получает потенциал в одну абсолютную единицу потенциала (300 *в*). Такой емкостью обладает в вакууме шар радиусом 1 *см*.

Кроме абсолютной единицы емкости 1 *см*, в практической системе электрических мер пользуются емкостью в 1 фараду (сокращенно обозначаемую буквой F или *ф*). *Фарадой называется электроемкость проводника, который от заряда в* 1 *кулон получает потенциал в* 1 *в*.

Один кулон$=3\cdot10^9$ электростатических единиц электричества и

$$1 \text{ вольт} = \frac{1}{300} \text{ эл.-ст. ед. потенциала;}$$

поэтому из соотношения $C=\frac{Q}{V}$ следует, что

$$1 \text{ фарада} = 3\cdot10^9\cdot300 = 9\cdot10^{11} \textit{ см}.$$

Миллионная доля фарады называется микрофарадой и обычно обозначается μF или *мкф*:

$$1\ \mu\text{F} = 9\cdot10^5 \textit{ см}.$$

Небольшие емкости выражают или в абсолютных единицах, т. е. в сантиметрах, или же в микромикрофарадах. Эта единица емкости составляет 10^{-12} фарад, т. е. одну миллионную долю микрофарады; ее обозначают $\mu\mu$F. Часто эту единицу емкости называют также «пикофарадой» (*пф*). Очевидно, что

$$1 \textit{ пф} = 1\ \mu\mu\text{F} = 0{,}9 \textit{ см}.$$

Луна находится от Земли на расстоянии $3{,}8\cdot10^{10}$ *см*; емкость в одну фараду соответствует шару с радиусом, в 23 раза бо́льшим, чем расстояние от Земли до Луны. Емкость земного шара приблизительно равна 750 μF.

§ 14. Расчет электроемкости конденсаторов

Когда одна пластина конденсатора заряжена до потенциала V_1, а другая — до потенциала V_2, то внутри, между пластинами конденсатора, поверхности уровня расположены параллельно пластинам. Силовые линии электростатического поля между обкладками конденсатора идут перпендикулярно к поверхностям уровня. Поэтому внутри *плоского конденсатора* они представляют собой параллельные прямые линии, направленные перпендикулярно к плоскостям конденсатора. Однако у краев конденсатора они изгибаются наружу (рис. 35).

Внутри плоского конденсатора, вдали от краев пластин, поле имеет всюду одинаковую напряженность, т. е. оно однородно. Однородность поля нарушается при приближении к краю пластин. Если бы пластины были бесконечного протяжения, то поле между ними всюду было бы строго однородным. Поэтому отклонения от однородности будут тем незначительнее, чем больше размеры пластин сравнительно с расстоянием d между пластинами. Таким образом, при достаточно малом расстоянии d влияние краев, нарушающее однородность, может не приниматься во внимание.

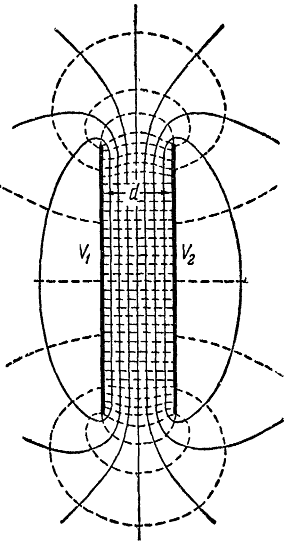

Рис. 35.

Пусть на одной из пластин находится заряд электричества $+Q$, а на другой пластине будет такой же заряд, но противоположный по знаку, т. е. $-Q$. Из заряда $+Q$ исходит $\frac{4\pi Q}{\varepsilon}$ силовых линий, которые заканчиваются на заряде $-Q$ [формула (7) § 5].

Силовой поток равен

$$N = ES = \frac{4\pi Q}{\varepsilon},$$

где E — напряженность поля между пластинами конденсатора, а S — площадь каждой пластины. Отсюда

$$E = \frac{4\pi Q}{\varepsilon S}. \tag{а}$$

Перемещая единицу положительного электричества с одной пластины конденсатора на другую, мы должны (по определению понятия «разность потенциалов») затратить работу, равную $V_2 - V_1$. С другой стороны, мы можем сказать, что работа эта равна произведению силы E на длину пути перемещения d, т. е. равна Ed. Значит, $Ed = V_2 - V_1$, откуда

$$E = \frac{V_2 - V_1}{d}. \tag{б}$$

Сопоставляя формулы (а) и (б), находим, что

$$\frac{4\pi Q}{\varepsilon S} = \frac{V_2 - V_1}{d},$$

или, если одна обкладка конденсатора заземлена ($V_1=0$),

$$Q=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}V.$$

Сравнивая это выражение с формулой $Q=CV$, мы видим, что емкость конденсатора равна

$$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}\ см. \tag{4}$$

Вычисление емкости плоского конденсатора по формуле (4) сопряжено с некоторой ошибкой (при радиусе пластин в 10 *см* и при удаленности их друг от друга на 1 *мм* ошибка составляет 3%): формула (13) не точна, так как при ее выводе мы оставили без внимания нарушение однородности поля у краев пластин.

Не останавливаясь на выводе, приведем формулы для вычисления емкости шаровых и цилиндрических конденсаторов. Емкость *шарового конденсатора*, образованного двумя концентрическими металлическими сферами радиусов r_1 и r_2, определяется формулой

$$C=\varepsilon\left(\frac{r_1r_2}{r_2-r_1}\right).$$

Емкость *цилиндрического конденсатора* определяется формулой

$$C=\frac{\varepsilon l}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

(здесь r_2—радиус внешней обкладки, r_1—радиус внутренней обкладки, l—длина цилиндрического конденсатора).

Электроемкость двух шаров, имеющих радиусы r_1 и r_2 и расположенных на расстоянии между их центрами a, как показывает несложное вычисление, оказывается равной (для случая, когда расстояние между шарами превосходит их радиусы)

$$C=\frac{\varepsilon}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{2}{a}}.$$

Емкость *двух цилиндрических проводников* длиной l, расположенных параллельно друг другу на расстоянии a между их осями и имеющих радиусы r, равна (для случая, когда расстояние между проводниками во много раз больше радиуса проводников)

$$C=\frac{\varepsilon l}{4\ln\frac{a}{r}}.$$

Электроемкость *одиночного провода* длиной l, имеющего радиус сечения r и расположенного на высоте h над землей, равна:

$$C=\frac{\varepsilon l}{2\ln\frac{2h}{r}}.$$

Как известно, для получения больших емкостей применяют *параллельное* соединение конденсаторов (рис. 36). При таком соединении одна серия обкладок имеет потенциал V_1, другая V_2. Обозначим емкости отдельных конденсаторов C_1, C_2, C_3, ..., а их заряды Q_1, Q_2, Q_3, ... Учитывая, что

$$Q_1 = C_1(V_1 - V_2),$$
$$Q_2 = C_2(V_1 - V_2),$$
$$Q_3 = C_3(V_1 - V_2), \ldots,$$

и складывая все эти равенства, получаем:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = (C_1 + C_2 + C_3 + \ldots)(V_1 - V_2),$$

или

$$Q = C(V_1 - V_2),$$

где C есть суммарная емкость параллельно соединенных конденсаторов, вычисляемая по формуле:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \tag{5}$$

Емкость батареи из параллельно соединенных конденсаторов равна сумме их емкостей.

Соединение конденсаторов, показанное на рис. 37, называется *последовательным*. В этом случае, если одной обкладке первого конденсатора сообщить заряд $+Q$, то на второй обкладке того же конденсатора индуцируется заряд $-Q$, а на соединенной с ней пер-

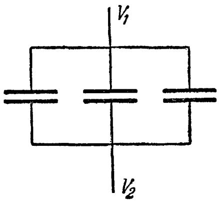

Рис. 36. Параллельное соединение конденсаторов.

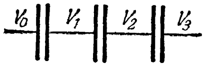

Рис. 37. Последовательное соединение конденсаторов.

вой обкладке второго конденсатора появится заряд $+Q$ и т. д. [Равенство индуцированных зарядов следует (если не учитывать небольшого возможного рассеяния силовых линий на краях) из теоремы Остроградского — Гаусса.] Обозначим потенциалы последовательных обкладок через V_0, V_1, V_2, ... (рис. 37), а емкости конденсаторов через C_1, C_2, C_3, ... Очевидно, что

$$Q = C_1(V_0 - V_1) = C_2(V_1 - V_2) = \ldots$$

Отсюда

$$\frac{Q}{C_1} = V_0 - V_1, \quad \frac{Q}{C_2} = V_1 - V_2, \ldots$$

Складывая указанные равенства, получаем:

$$Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_n}\right)=V_0-V_n,$$

или

$$Q=C(V_0-V_n),$$

где C есть емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов, вычисляемая, как видно из предыдущего, по формуле

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots \tag{6}$$

Если все конденсаторы одинаковы, то очевидно, что

$$C=\frac{C_1}{n}, \tag{7}$$

т. е. *емкость батареи из n одинаковых конденсаторов, соединенных последовательно, в n раз меньше емкости отдельного конденсатора.*

Из формулы (6) заключаем, что если соединить последовательно конденсатор с малой емкостью C_1 и конденсатор с большой емкостью C_2, то получаемая в итоге емкость будет *несколько меньше, чем меньшая из двух взятых емкостей*. Действительно, по формуле (6)

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}, \quad \text{или, что то же,} \quad C=\frac{C_1}{1+\frac{C_1}{C_2}}. \tag{8}$$

Отсюда ясно, что чем больше C_2 в сравнении с C_1, тем меньше знаменатель приведенной формулы отличается от единицы и, следовательно, тем ближе будет C к C_1. Например, если к конденсатору в 100 *см* последовательно присоединить конденсатор в 10 000 *см*, то получается емкость в 99 *см*.

§ 15. Электрическая энергия

Потенциальная энергия какой-либо совокупности зарядов представляет собой работу, которая может быть осуществлена зарядами при их удалении друг от друга на столь значительные расстояния, при которых силы взаимодействия между ними становятся исчезающе малыми.

Представим себе, что в пространстве на диэлектриках или на проводниках расположено некоторое (какое угодно) число зарядов, например заряды Q_1, Q_2, Q_3 и т. д. Подобная совокупность зарядов обладает потенциальной энергией W, которая аналогично потенциальной энергии тяготеющих масс определяется формулой

$$W=\frac{1}{2}(Q_1V_1+Q_2V_2+Q_3V_3+\ldots), \tag{9}$$