Складывая указанные равенства, получаем:

$$Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_n}\right)=V_0-V_n,$$

или

$$Q=C(V_0-V_n),$$

где C есть емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов, вычисляемая, как видно из предыдущего, по формуле

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots \tag{6}$$

Если все конденсаторы одинаковы, то очевидно, что

$$C=\frac{C_1}{n}, \tag{7}$$

т. е. *емкость батареи из n одинаковых конденсаторов, соединенных последовательно, в n раз меньше емкости отдельного конденсатора.*

Из формулы (6) заключаем, что если соединить последовательно конденсатор с малой емкостью C_1 и конденсатор с большой емкостью C_2, то получаемая в итоге емкость будет *несколько меньше, чем меньшая из двух взятых емкостей*. Действительно, по формуле (6)

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}, \quad \text{или, что то же,} \quad C=\frac{C_1}{1+\frac{C_1}{C_2}}. \tag{8}$$

Отсюда ясно, что чем больше C_2 в сравнении с C_1, тем меньше знаменатель приведенной формулы отличается от единицы и, следовательно, тем ближе будет C к C_1. Например, если к конденсатору в 100 *см* последовательно присоединить конденсатор в 10 000 *см*, то получается емкость в 99 *см*.

§ 15. Электрическая энергия

Потенциальная энергия какой-либо совокупности зарядов представляет собой работу, которая может быть осуществлена зарядами при их удалении друг от друга на столь значительные расстояния, при которых силы взаимодействия между ними становятся исчезающе малыми.

Представим себе, что в пространстве на диэлектриках или на проводниках расположено некоторое (какое угодно) число зарядов, например заряды Q_1, Q_2, Q_3 и т. д. Подобная совокупность зарядов обладает потенциальной энергией W, которая аналогично потенциальной энергии тяготеющих масс определяется формулой

$$W=\frac{1}{2}(Q_1V_1+Q_2V_2+Q_3V_3+\ldots), \tag{9}$$

где V_1, V_2, V_3, ... суть значения потенциала поля в тех местах, где расположены заряды (например, V_1 есть потенциал, вызванный зарядами Q_2, Q_3, ... в той точке поля, где находится заряд Q_1).

От формулы (18) § 8, определяющей работу перемещения заряда в поле,

$$A = Q(V'' - V'),$$

приведенная выше формула отличается тем, что в правую часть ее входит *коэффициент, равный половине*. Происхождение этого коэффициента было пояснено в томе I (§ 34) при выводе аналогичной формулы для случая гравитационного поля.

Рассмотрим случай двух зарядов Q_1 и Q_2, расположенных в точках M_1 и M_2, в которых потенциалы соответственно равны V_1 и V_2, причем потенциал в точке M_2, где находится второй заряд, вызван первым зарядом, а потенциал в M_1 — вторым. Потенциальную энергию взаимодействия этих двух зарядов мы можем подсчитать двумя способами. Можно представить себе, что второй заряд остается неподвижным, а первый удаляется от него. Находясь под действием сил, исходящих от второго неподвижного заряда, и перемещаясь из места, где потенциал равен V_1, в место, настолько удаленное от второго заряда, что потенциал поля там равен нулю, этот первый заряд Q_1 может выполнить работу Q_1V_1. Когда этот первый заряд удалится на бесконечно большое расстояние от второго, то очевидно, что теперь становится возможным перемещать второй заряд как угодно, не затрачивая на это перемещение никакой работы. Значит, величина работы, полученной при удалении первого заряда, Q_1V_1, и есть потенциальная энергия взаимодействия двух рассматриваемых зарядов:

$$W = Q_1V_1.$$

Но с таким же правом мы могли бы предположить, что первый заряд остается неподвижным, а удаляется второй заряд. Мы получили бы тогда, что

$$W = Q_2V_2.$$

Не отдавая предпочтения ни одному из этих способов подсчета, можно написать, следовательно, что

$$W = \frac{1}{2}(Q_1V_1 + Q_2V_2).$$

Очевидно, что это рассуждение можно продолжить на случай трех, четырех и вообще какого угодно количества зарядов (при этом надо учесть, понятно, что потенциал в точке, в которой расположен заряд, обусловливается всеми остальными зарядами).

Из формулы (9) нетрудно получить выражение для энергии наэлектризованного проводника. При равновесии зарядов потенциалы во всех точках проводника одинаковы:

$$V_1 = V_2 = V_3 = \ldots = V,$$

где V есть потенциал проводника. Вынося в формуле (9) V за скобки, получим в скобках суммарный заряд проводника:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots$$

Таким образом, находим, что энергия наэлектризованного проводника определяется простым соотношением

$$W = \frac{1}{2} QV. \qquad (10)$$

Электрическая энергия проводника равна половине произведения его заряда на потенциал.

Потенциал проводника равен отношению заряда к емкости проводника: $V = \frac{Q}{C}$ [формула (2)]. Следовательно,

$$W = \frac{Q^2}{2C}. \qquad (11)$$

Мы видим, что *электрическая энергия проводника при его заряжении возрастает пропорционально квадрату заряда.*

Другое, часто применяемое выражение для энергии наэлектризованного проводника мы получим, если в общем уравнении энергии (10) заменим заряд Q из формулы (2) через произведение CV:

$$W = \frac{CV^2}{2}. \qquad (12)$$

Если в этих формулах заряд Q выражен в кулонах, потенциал в вольтах, а емкость в фарадах, то энергия будет выражена в джоулях.

§ 16. Энергия поля

Воспользуемся формулой (12) для электрической энергии и применим ее к плоскому конденсатору, емкость которого $C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}$; разность потенциалов $V = E \cdot d$, где E — напряженность электрического поля в конденсаторе. Подставляя эти значения в выражение (12), получаем:

$$W = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} Sd. \qquad (13)$$

В этой формуле Sd означает объем, занятый диэлектриком, разъединяющим обкладки конденсатора. Учитывая также, что напряженность поля E внутри, между пластинами конденсатора, всюду одинакова, мы видим, что электрическая энергия конденсатора равна величине, которая получается, если каждому кубическому