

§ 20. Деформация поля диэлектриками

Влияние диэлектрика на электрическое поле заключается прежде всего в том, что диэлектрик ослабляет напряженность электрического поля. По обобщенному закону Кулона в однородной диэлектрической среде, имеющей диэлектрическую постоянную ϵ , электрические заряды взаимодействуют с силой, в ϵ раз меньшей, чем в вакууме. Соответственно и напряженность поля в однородной диэлектрической среде в ϵ раз меньше, чем в вакууме. Вместе с тем картина поля, даваемая линиями электрической индукции, оста-

ется в однородной диэлектрической среде такой же, как и в вакууме.

Когда только часть поля, образованного зарядами, размещенными в вакууме, заполнена кусками диэлектрика с диэлектрической постоянной ϵ , то напряженность поля E в этих диэлектрических телах ослабляется не в ϵ , а в несколько меньшее число раз. Поэтому *электрическая индукция D* , равная произведению напряженности поля

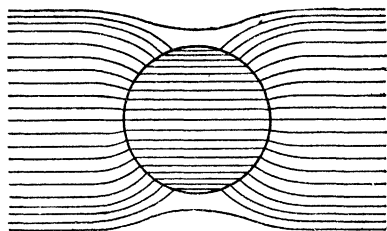


Рис. 52. Сгущение линий электрической индукции однородным диэлектрическим шаром, помещенным в однородном поле.

на диэлектрическую постоянную, в диэлектрических телах *оказывается увеличенной* в сравнении с величиной, которую индукция имела бы в том же месте поля в отсутствие здесь диэлектрика. Таким образом, в отличие от однородной диэлектрической среды, которая не влияет на распределение линий индукции, неоднородная диэлектрическая среда вызывает перераспределение линий индукции. *Диэлектрические тела*, помещенные в электрическое поле, образованное в вакууме или в среде с меньшей диэлектрической постоянной, *сгущают в своем объеме линии электрической индукции*, как бы отбирая их у окружающего пространства (рис. 52); при этом общее число линий индукции в поле, конечно, не изменяется, так как по теореме Остроградского — Гаусса оно пропорционально количеству электричества в зарядах, образующих поле: $N = \sum 4\pi Q$. Линии электрической индукции в отличие от силовых линий не прерываются на границе двух диэлектриков. Это существенно облегчает исследование поля в неоднородной диэлектрической среде. Тем не менее построение полной картины поля при наличии в поле диэлектрических тел несимметричной формы является сложной задачей. Деформация поля, вызываемая диэлектрическими телами, заключается, как было пояснено выше, во-первых, в уменьшении напряженности поля в этих телах, а отчасти и около них, и, во-вторых, в сгущении линий индукции в диэлектрических телах. В

одних случаях, при заполнении большей части поля однородным диэлектриком, преобладает эффект ослабления напряженности поля; в других случаях, при наличии разъединенных диэлектрических тел, в деформации поля преобладает эффект искажения хода линий индукции. Характер деформации поля и величина деформации зависят от свойств, формы, размеров и расположения диэлектрических тел в поле, а также и от самого строения поля, т. е. от расположения зарядов, образующих поле. При всем разнообразии возможных здесь случаев все они имеют единую основу, а именно: *всегда деформация поля, вызываемая диэлектриками, представляет собой только проявление электрической поляризации диэлектрика.*

Как уже было пояснено в предыдущем параграфе, поляризация диэлектрика состоит в том, что под действием поля внутримолекулярные положительные заряды смещаются в одну сторону, а отрицательные — в другую; так образуются мягкие диполи; в то же время жесткие молекулярные диполи, если они имеются, поворачиваются в направлении поля. В итоге диэлектрик приобретает некоторый *электрический момент M_e , равный геометрической сумме электрических моментов всех молекул диэлектрика.*

Момент, приходящийся на единицу объема диэлектрика, называют *поляризованностью диэлектрика* и обозначают через I :

$$\frac{M_e}{v} = I \quad (2)$$

(здесь v — объем, занятый диэлектриком).

Весьма замечательным является факт, что о б ъ е м н ы й эффект поляризации диэлектрика всегда приводит только к таким деформациям поля, которые можно считать вызванными проявлением п о в е р х н о с т н о й плотности зарядов поляризации.

Обратимся, например, к случаю поля, образованного двумя параллельными, бесконечно протяженными, противоположно заряженными пластинами, между которыми вначале был только вакуум, и тогда напряженность во всех точках поля была E^0 , а затем в поле был внесен диэлектрик в форме тонкой пластинки, помещенной перпендикулярно к направлению поля (рис. 53). Допустим, что мы как-либо запечатлели картину поля, деформированного присутствием диэлектрика. Удалим теперь диэлектрик и постараемся в точности ту же деформацию поля, которая была вызвана присут-

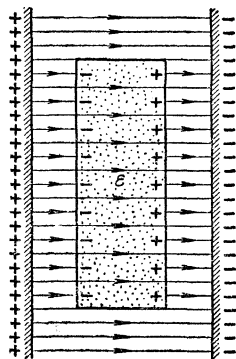


Рис. 53. Явление поляризации вызывает ослабление поля (уменьшение числа силовых линий) в диэлектрике.

ствием диэлектрика, вызвать внесением в поле дополнительных зарядов. Очевидно, что мы можем достигнуть этого, разместив дополнительные заряды в тех местах поля, где перед этим располагались грани пластины, перпендикулярные к направлению поля. Количество зарядов должно быть таким, чтобы электрический момент объема, поверхность которого раньше ограничивала пластинку, был как раз равен M_e . Если толщина пластинки есть l , то для достижения указанной цели на упомянутых гранях нужно будет разместить с равномерной плотностью противоположные по знаку количества электричества $+Q$ и $-Q$, определяемые из соотношения

$$M_e = Q \cdot l$$

и создающие поле, противоположное по направлению основному полю.

Эти заряды, которые нужно было бы разместить по поверхности, ограничивавшей диэлектрик, чтобы, изъяв диэлектрик, сохранить ту же деформацию поля, которая вызывалась поляризацией диэлектрика, называют *связанными зарядами поляризации*. Создаваемое ими поле называют *обратным полем*.

Можно доказать в самом общем виде, что, каковы бы ни были форма и число диэлектриков и каково бы ни было поле, деформированное их присутствием, всегда можно, *изъяв из поля все эти диэлектрики, сохранить вызванную ими картину поля, распределив по поверхностям, ограничивавшим ранее диэлектрики, некоторое количество зарядов* («зарядов поляризации»), алгебраическая сумма которых всегда равна нулю. Это так называемая *теорема эквивалентности поляризации диэлектрика и распределения по его поверхности зарядов поляризации*.

Указанные заряды поляризации можно рассматривать как вытесняемые на поверхность диэлектрика заряды элементарных молекулярных диполей; что касается всех остальных зарядов молекулярных диполей, не вытесненных наружу, а оставшихся внутри диэлектрика, то их действие вследствие равенства величин зарядов, противоположности их знаков и тесного расположения зарядов взаимно нейтрализуется.

Нетрудно убедиться, что поверхностная плотность зарядов поляризации σ может служить мерой поляризованности I равномерно поляризованного диэлектрика. Действительно, возвращаясь к рассмотренному нами случаю (рис. 53), обозначим площадь грани пластинки через S ; тогда плотность зарядов поляризации

$$\sigma = \frac{Q}{S};$$

то $M_e = Q \cdot l$, а объем $v = S \cdot l$; стало быть,

$$I = \frac{M_e}{v} = \frac{Q \cdot l}{S \cdot l} = \frac{Q}{S} = \sigma,$$

т. е. *поляризованность равномерно поляризованного диэлектрика измеряется плотностью зарядов поляризации на поверхностях, ограничивающих диэлектрическое тело и перпендикулярных к направлению поля.*

В более общем случае, когда рассматриваемая площадка поверхности, ограничивающей диэлектрик, не перпендикулярна к линиям поля, но составляет с ними угол $\frac{\pi}{2} - \varphi$,

$$\sigma = I \cos \varphi. \quad (3)$$

Таким образом, для выяснения полной картины той деформации поля, которая создается внесением в электрическое поле диэлектрика, имеющего любую форму, нужно вычислить плотность зарядов поляризации σ . Распределение зарядов поляризации по поверхности диэлектрика определяется напряженностью установившегося в диэлектрике поля E , формой диэлектрика и его диэлектрической постоянной ϵ .

Рассмотрим несколько подробнее поляризацию диэлектрической пластины, помещенной в однородное электрическое поле, напряженность которого в вакууме при отсутствии пластины равна E^0 (рис. 53). Вследствие поляризации на гранях пластины, перпендикулярных к направлению поля, возникают заряды поляризации, имеющие плотность $\sigma = I$. Если, удалив диэлектрик, сохранить указанные заряды на поверхностях, которые ограничивали пластину, то действие этих зарядов останется равносильным действию поляризованного диэлектрика. Очевидно, что эти заряды создают обратное поле, напряженность которого по теореме Остроградского — Гаусса равна $E_{\text{обр}} = 4\pi\sigma$. Это поле направлено между гранями пластинки противоположно внешнему полю и поэтому оно ослабляет поле E^0 , так что в итоге напряженность поля в объеме, который был занят диэлектрической пластиной, становится равной

$$E = E^0 - E_{\text{обр}}.$$

Такая напряженность поля E должна иметься и в поляризованном диэлектрике. Но, с другой стороны, если диэлектрическая пластина занимает все пространство между обкладками конденсатора, то напряженность поля в диэлектрике будет в ϵ раз меньше, чем в вакууме, т. е. $E = \frac{E^0}{\epsilon}$. Когда диэлектрическая пластина занимает не все пространство между обкладками конденсатора, то сохраняется такое же соотношение $E^0 = \epsilon E$, так как поток индукции через грани пластины, перпендикулярные к направлению поля, и в этом случае остается неизменным. Подставляя выражение $E^0 = \epsilon E$ в предыдущее уравнение и учитывая, что $E_{\text{обр}} = 4\pi\sigma$, получаем:

$$E = \epsilon E - 4\pi\sigma.$$

Отсюда находим, что *плотность зарядов поляризации на гранях диэлектрической пластины, перпендикулярных к направлению поля, определяется формулой*

$$\sigma = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E, \quad (4)$$

где E , как уже было отмечено, представляет собой напряженность поля в поляризованном диэлектрике.

Когда грани пластины составляют угол $\frac{\pi}{2} - \varphi$ с направлением поля, то сохраняется та же формула, но в нее вместо величины E должна быть поставлена нормальная составляющая напряженности поля в диэлектрике $E_n = E \cos \varphi$.

Аналогично решается задача для более общего случая, когда диэлектрическая пластина ε окружена средой ε_0 и находится в однородном поле, имеющем в среде ε_0 напряженность E^0 . В этом случае $E_{\text{обр}} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_0}$ и $\varepsilon_0 E_n^0 = \varepsilon E_n$. Принимая это во внимание и в остальном повторяя приведенные выше рассуждения, нетрудно убедиться, что в указанном более общем случае плотность зарядов поляризации определяется формулой

$$\sigma = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{4\pi} E_n.$$

Эта формула остается справедливой для однородно поляризованных тел любой формы. Однако полное вычисление плотности зарядов поляризации для диэлектриков произвольной формы, помещенных хотя бы и в однородное поле, сопряжено с некоторыми трудностями. Дело в том, что поляризация диэлектрика определяется напряженностью поля E внутри диэлектрического тела, а напряженность поля в диэлектрическом теле в свою очередь сама зависит от плотности зарядов поляризации, которая должна быть найдена. Понятно, что задача становится еще более трудной, когда диэлектрическое тело помещено в неоднородное поле.

Для приложений важен случай *диэлектрического шара, помещенного в однородное поле*. Не приводя вычислений, отметим, что когда однородный диэлектрический шар с диэлектрической постоянной ε окружен средой с диэлектрической постоянной ε_0 и помещен в поле с постоянной по величине и направлению напряженностью, которая в среде ε_0 равна E^0 , шар приобретает однородную по величине и направлению поляризованность:

$$l = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{4\pi} E,$$

где E —напряженность поля внутри диэлектрического шара, которая в этом случае оказывается связанной с напряженностью E^0 формулой

$$E = \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} E^0.$$

Если эти соотношения сопоставить с (3), то для плотности зарядов поляризации на поверхности шара получается выражение

$$\sigma = \frac{3\varepsilon_0}{4\pi} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \cdot E^0 \cos \varphi,$$

где φ —угол между радиусом шара, проведенным к данной точке его поверхности, и направлением поля.

Заряды поляризации создают обратное поле, которое всюду внутри шара одинаково и равно

$$E_{\text{обр}} = \frac{4\pi}{3\varepsilon_0} \cdot I = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \cdot E^0.$$

Это обратное поле ослабляет основное поле E^0 , так что указанная выше действительная напряженность поля внутри шара равна $E = E^0 - E_{\text{обр}}$.

Следует обратить внимание на то, что вследствие постоянства поляризованности диэлектрического шара в однородном поле *суммарный диэлектрический момент* M_e шара, равный произведению поляризованности на объем шара, *оказывается пропорциональным кубу радиуса a шара:*

$$M_e = \frac{4}{3} \pi a^3 \cdot I = a^3 \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \cdot \varepsilon_0 E^0.$$

Приведенные формулы для шара остаются справедливыми и в предельном случае, когда диэлектрическая постоянная шара бесконечно велика, что соответствует случаю проводящего шара, находящегося в однородном поле и среде ε_0 . Тогда напряженность поля внутри шара $E=0$, а электрический момент шара, вызванный индуцированными на нем зарядами, равен

$$M_e = a^3 \varepsilon_0 E^0.$$

Наряду с задачей о вычислении деформации поля, производимой каким-либо диэлектрическим телом, внесенным в поле, немало приложений имеет близкая к ней задача о вычислении силы взаимодействия между зарядом, образующим поле, и диэлектрическим телом, помещенным в это поле.

Электрический заряд, находящийся вблизи диэлектрика, вызывает поляризацию диэлектрика, и вследствие этого заряд притягивается диэлектриком. Вычисления показывают, что заряд Q , находящийся на расстоянии a от большой плоской поверхности диэлектрика с диэлектрической постоянной ε , притягивается диэлектриком с силой

$$f = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{Q^2}{(2a)^2}.$$

Сопоставляя эту силу с силой притяжения заряда к проводнику (§ 11), мы видим, что для диэлектриков с большими значениями ε они близки по величине. Например, к оптическому стеклу, для которого $\varepsilon \approx 10$, заряд притягивается с силой, составляющей $\frac{9}{11}$ силы притяжения проводником того же заряда на том же расстоянии.

§ 21. Электрическая восприимчивость

Податливость вещества явлению электрической поляризации определяется отношением поляризованности I к напряженности поля E в диэлектрике; это отношение называют *электрической восприимчивостью* и обозначают через χ :

$$I = \chi E. \quad (5)$$