Теплота, выделяемая электрическим током, используется также и при устройстве электроизмерительных приборов. На рис. 85 показана схема *теплового амперметра.* Ток, подводимый к клеммам прибора, проходит через тонкую проволоку ab, которая от нагревания током удлиняется тем больше, чем больше сила тока. С проволокой ab скреплена тонкая проволока Cd, несколько оттянутая в сторону пружиной T и нитью fe, охватывающей блок стрелки. Когда проволока ab от нагревания током удлиняется, нить fe сильнее оттягивает в сторону проволоку Cd и, вращая на некоторый угол блок, поворачивает стрелку прибора. Винт R, регулирующий степень натянутости проволоки ab, служит для установки стрелки прибора на нуль.

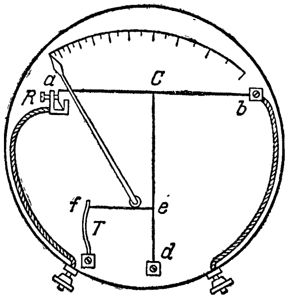

Рис. 85. Схема теплового амперметра.

§ 28. Дифференциальная форма законов Ома и Джоуля — Ленца. Соотношение аналогии между проводимостью и емкостью

Преобразуем закон Ома применительно к дифференциально малым участкам цепи. Для этого введем в формулу (4) закона Ома напряженность электрического поля внутри проводника, по которому течет электрический ток.

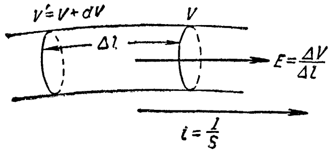

Рис. 86

Выделим элементарно малый по длине Δl участок проводника. Падение напряжения на его концах обозначим через ΔV (рис. 86). Тогда закон Ома для этого участка проводника напишется так:

$$I=\frac{\Delta V}{\rho\frac{\Delta l}{S}}.$$

Напряженность электрического поля определяется градиентом потенциала

$$E=\frac{\Delta V}{\Delta l}, \quad \text{или} \quad \Delta V=E\cdot\Delta l.$$

Подставив это выражение в вышеприведенную формулу, получим:

$$I=\frac{1}{\rho}\cdot ES.$$

Перепишем это соотношение, введя *плотность тока*, под которой будем понимать в случае равномерного распределения тока вектор, направленный по полю и численно равный отношению величины тока к площади поперечного сечения проводника,

$$i = \frac{I}{S}.$$

Вместо удельного сопротивления введем удельную электропроводность $\gamma = \frac{1}{\rho}$. Таким образом, получаем следующее, часто применяемое выражение закона Ома:

$$i = \gamma E, \tag{18}$$

или в векторной форме:

$$\boldsymbol{i} = \gamma \boldsymbol{E}. \tag{18'}$$

Можно доказать, что это выражение остается справедливым и для случая неравномерного распределения тока по поперечному сечению проводника, когда плотность тока $i = \frac{dI}{dS}$ неодинакова в различных точках сечения проводника.

В указанной дифференциальной форме (18) закон Ома связывает вектор плотности тока с напряженностью электрического поля внутри проводника. В проводящей цепи замкнутые линии тока совпадают с линиями электрического поля. *Плотность электрического тока в любой точке проводника вычисляется как произведение удельной электропроводности среды на напряженность электрического поля в этой точке.*

Подобно закону Ома, закон Джоуля — Ленца тоже можно представить в дифференциальной форме. По закону Джоуля—Ленца количество тепла ΔQ, которое ежесекундно выделяется в элементарно малом объеме $\Delta l \cdot \Delta S$, пропорционально квадрату падения напряжения ΔV на концах рассматриваемого участка проводника и обратно пропорционально сопротивлению рассматриваемого участка проводника; если ΔQ и $\frac{\Delta V^2}{R}$ выражены в одинаковых единицах энергии, то

$$\Delta Q = \frac{1}{R} \cdot \Delta V^2.$$

Падение напряжения ΔV на элементарно малой длине проводника Δl связано с напряженностью поля E соотношением $\Delta V = E \cdot \Delta l$. Сопротивление рассматриваемого участка проводника равно:

$$R = \rho \frac{\Delta l}{\Delta S}.$$

Следовательно,

$$\Delta Q = \frac{1}{\rho\frac{\Delta l}{\Delta S}} \cdot E^2 (\Delta l)^2 = \gamma E^2 \cdot \Delta l \cdot \Delta S .$$

Обозначая количество тепла, ежесекундно выделяющегося в единице объема (т. е. «объемную плотность секундного выделения тепла»), через $Q' = \frac{\Delta Q}{\Delta l \cdot \Delta S}$, получаем:

$$Q' = \gamma E^2. \tag{19}$$

Это выражение закона Джоуля — Ленца можно переписать еще следующим образом, приняв во внимание (18):

$$Q' = iE.$$

Мы видим, таким образом, что *объемная плотность секундного выделения тепла электрическим током равна произведению плотности тока на напряженность электрического поля в рассматриваемом участке проводника.*

Здесь уместно отметить аналогию между дифференциальной формой закона Ома (18′) и выражением для вектора электрической индукции:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}. \tag{19′}$$

Обе величины — вектор электрической индукции в диэлектрике и вектор плотности тока в проводнике — пропорциональны напряженности поля, но коэффициентом пропорциональности для вектора индукции является диэлектрическая постоянная среды, а для вектора плотности тока — удельная электропроводность среды.

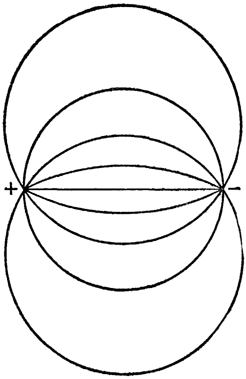

Рис. 87. Линии тока в тонкой металлической пластине

На рис. 87 показано распределение линий тока в весьма тонкой металлической пластине. Точка, из которой выходят эти линии, и точка, где они сходятся, соответствуют местам, в которых токонесущие провода прикасаются к пластине. Эта картина аналогична виду силовых линий поля, образованного разноименными зарядами.

Подобно преломлению линий электрической индукции на границе двух диэлектриков, линии тока также испытывают преломление на границе соприкосновения двух сред, имеющих неодинаковую удельную электропроводность. Такое преломление линий тока можно видеть на рис. 88. Здесь показано распределение линий тока в круглой пластине, спаянной из двух половин — медной и свинцовой; электроды помещены на окружности.

Указанное выше сходство формул для вектора плотности тока и вектора электрической индукции и соответствие в распределении линий тока и линий электрической индукции дополняются практически важной аналогией формул для вычисления проводимости и электроемкости.

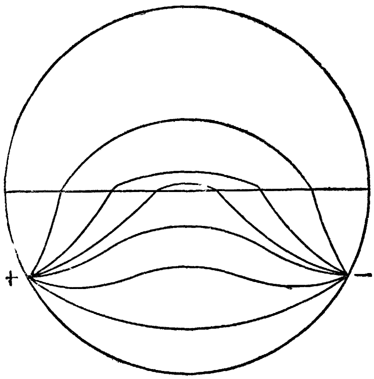

Рис. 88. Преломление линий тока на поверхности раздела меди и свинца.

По закону Ома электрическое сопротивление слоя, имеющего толщину l и площадь поперечного сечения S, равно

$$R=\rho\frac{l}{S}.$$

Следовательно, проводимость слоя

$$\frac{1}{R}=\gamma\frac{S}{l},$$

где γ—удельная проводимость среды. Вспомним, что электроемкость плоского конденсатора выражается формулой

$$C=\frac{\varepsilon}{4\pi}\cdot\frac{S}{l},$$

где ε—диэлектрическая постоянная среды, разделяющей пластины конденсатора, l—толщина слоя этой среды и S—площадь поперечного сечения слоя (площадь пластин конденсатора). Мы видим, что геометрические размеры l и S входят в указанные формулы совершенно аналогично. Поэтому отношение проводимости слоя среды к электроемкости плоского конденсатора, заключающего слой той же толщины и сечения, не зависит от геометрических характеристик и равно

$$\left(\frac{1}{R}\right):C=4\pi\frac{\gamma}{\varepsilon}. \qquad (20)$$

Это соотношение между электропроводностью слоя и электроемкостью конденсатора, охватывающего слой, оказывается справедливым во всех случаях, для слоев какой угодно формы Возможность обобщения формулы (20), полученной нами для частного случая емкости плоского конденсатора и проводимости плоского слоя, объясняется следующим образом. Во-первых, в сложных случаях любой слой можно представить как совокупность элементарных почти плоских слоев. Во-вторых, закон суммирования емкостей тождествен закону суммирования проводимостей: при параллельном соединении емкости, так же как и проводимости, складываются; при последовательном соединении складываются их обратные величины.

Применим формулу (20) для определения сопротивления цилиндрического слоя изоляции в экранированном проводе, имеющем радиус сечения металлической жилы r_1, радиус металлического экрана r_2 и удельное сопротивление изоляции ρ. Электроемкость цилиндрического конденсатора как было упомянуто в § 14, выражается формулой

$$C=\frac{\varepsilon L}{2\ln\frac{r_2}{r_1}},$$

где L—длина, а r_1 и r_2—радиусы обкладок. Стало быть, по формуле (20) сопротивление цилиндрического слоя изоляции

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Точно таким же способом из формулы для электроемкости двух цилиндрических проводников, приведенной в § 15, и формулы (20) находим, что сопротивление слоя изолирующей среды между двумя проводами, имеющими радиусы r_1 и r_2, при расстоянии a между их осями (когда оно значительно больше радиусов проводов) равно

$$R = \frac{\rho}{\pi L} \ln \frac{a}{r},$$

где L—длина каждого из параллельных проводов и ρ—удельное сопротивление среды.

Применим соотношение аналогии между емкостью и проводимостью для вычисления так называемого «переходного сопротивления» полусферического электрода, помещенного в среду с удельным сопротивлением ρ (рис. 89). Емкость шара радиуса r равна εr. Для рассматриваемой задачи вследствие симметрии можно принять в формуле (20) емкость полушария равной $\frac{1}{2}$ εr. Таким образом, находим, что «переходное сопротивление» полусферического электрода

$$R = \frac{\rho}{2\pi r}.$$

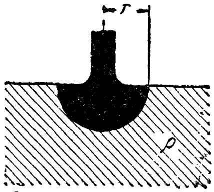

Рис. 89. Полусферический электрод в среде с удельным сопротивлением ρ.

Наконец, тем же способом из формулы для электроемкости двух шаров, имеющих радиусы r_1 и r_2 и расположенных друг от друга на расстоянии a, которое значительно больше их радиусов (§ 14), получаем, что сопротивление промежутка между этими шарами при удельном сопротивлении среды ρ равно

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{2}{a} \right).$$

Нередко соотношение аналогии между проводимостью и емкостью применяется для вычисления электроемкости на основании результатов измерения проводимости. Этим методом пользуются, например, для определения весьма малых емкостей между электродами радиоламп. Погружая изготовленный металлический каркас сетчатых электродов радиолампы в жидкость с небольшой и точно измеренной проводимостью, измеряют сопротивление между электродами и по формуле (20) вычисляют их взаимную электроемкость.