

§ 72. Закон Фарадея. Индукционное измерение магнитного потока и магнитодвижущей силы. Вихревые токи

Величина индуцированной электродвижущей силы определяется законом, который был найден Фарадеем. Позже (в 1847 г.) Гельмгольц показал, что электродинамический закон Фарадея является следствием закона сохранения энергии.

Для пояснения указанного Гельмгольцем вывода электродинамического закона (закона электромагнитной индукции) представим себе, что сквозь плоскость чертежа перпендикулярно к нему проходит однородное магнитное поле, имеющее напряженность H . Рассматривая чертеж, мы смотрим по направлению линий сил. В плоскости чертежа расположен проводящий контур, состоящий из дуги B и подвижного проводника L (рис. 305); параллельные ножки дуги B находятся на расстоянии l сантиметров одна от другой. Будем передвигать проводник из положения L_1 в положение L_2 , причем он все время будет касаться дуги B .

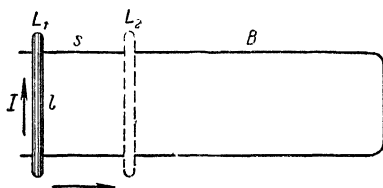


Рис. 305. К вычислению электродвижущей силы индукции.

Пусть величина перемещения равна s сантиметрам. Если движение проводника происходит слева направо, то в проводнике возникнет индуцированный ток, идущий снизу вверх (при таком направлении тока его поле несколько компенсирует происходящее вследствие движения проводника уменьшение потока магнитной индукции, пронизывающего площадь, ограниченную дугой B и проводником L). Этот ток мы можем использовать для производства какой-нибудь работы.

На основании закона сохранения энергии мы можем утверждать, что работа, которая может быть выполнена индуцированным током, равна работе, затрачиваемой на преодоление сил магнитного поля, сопротивляющихся перемещению проводника. Если возникшая в проводнике L вследствие движения его за промежуток времени $t_2 - t_1$ электродвижущая сила равна \mathcal{E} вольт и ток — I ампер, то производимая током работа равна $A = \mathcal{E} I (t_2 - t_1)$ джоулей.

При движении проводника по пути s будет израсходована работа Fs , где F — сила, с которой действует на проводник магнитное поле.

Согласно § 65 эта сила $F = \frac{\mu H I l}{10}$ дин; она направлена в сторону, противоположную движению проводника, следовательно, нужная

для движения проводника механическая работа $A = \frac{\mu H I l s}{10}$ эргов.

Сравнивая два полученных для работы выражения, находим:

$$\mathcal{E}I(t_2 - t_1) \cdot 10^7 = \frac{\mu H I l s}{10} \text{ эргов.}$$

Сокращаем обе части уравнения на I . В правой части уравнения мы имеем произведение $\mu H l s$, которое представляет собой, как нетрудно сообразить, не что иное, как число линий магнитной индукции, пересекаемых движущимся проводником. Если через Φ_1 мы обозначим поток индукции через площадь, ограниченную дугой B и проводником в момент t_1 , и через Φ_2 — поток индукции через площадь, ограниченную дугой B и проводником в момент t_2 , то

$$\mu H l s = \Phi_1 - \Phi_2 = -(\Phi_2 - \Phi_1).$$

Следовательно,

$$\mathcal{E} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} \cdot 10^{-8} \text{ вольт.}$$

Мы видим, таким образом, что *возникающая в замкнутом проводнике электродвижущая сила индукции, выраженная в вольтах, равна одной стомиллионной части того числа линий магнитной индукции, на которое уменьшается или увеличивается в одну секунду поток магнитной индукции через площадь, ограниченную этим проводником.*

Этот закон, устанавливающий, что величина электродвижущей силы индукции определяется быстротой изменения числа линий магнитной индукции, пронизывающих площадь, ограниченную контуром, носит название *закон Фарадея*.

Для случая, когда изменение потока магнитной индукции происходит неравномерно, вместо отношения $\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{(t_2 - t_1)}$ надо взять производную

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (1)$$

Знак минус в этой формуле указывает, что электродвижущая сила индукции при возрастании магнитного потока направлена, если смотреть по направлению линий магнитных сил, *против часовой стрелки* (положительным считают направление вращения по часовой стрелке).

Если сопротивление всей цепи есть R омов, то по закону Ома индуцированный ток будет:

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ ампер.} \quad (2)$$

Приведенное выше обоснование закона индукции нетрудно связать с теми соображениями, которые были приведены нами в § 66 при анализе работы, производимой токонесящим проводником, когда этот проводник перемещается в магнитном поле.

Работа, производимая током за элемент времени dt секунд, равна $UI dt$ джоулей, где U — напряжение в вольтах, приложенное к проводнику, а I — величина тока в амперах. При перемещении проводника в магнитном поле эта работа частично превращается в тепло $I^2 R dt$ джоулей (где R — сопротивление проводника в омах) и частично идет на преодоление сил, с которыми магнитное поле действует на проводник; эта вторая часть указанной работы равна $I d\Phi \cdot 10^{-8}$ джоулей.

Таким образом,

$$UI dt = I^2 R dt + I d\Phi \cdot 10^{-8}.$$

Отсюда после сокращения на I получаем:

$$U = \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} + IR. \quad (3)$$

Сопоставляя это выражение с законом Ома, мы видим, что напряжение на концах проводника, перемещающегося в магнитном поле, убывает на величину индуцированной в нем электродвижущей силы, для которой из формулы (3) получается формула (1). Таково, в частности, происхождение обратной электродвижущей силы в роторах электромоторов (§ 66).

Весьма знаменательно, что электродвижущая сила, индуцируемая по закону Фарадея (1), вследствие изменения магнитного потока совершенно не зависит от каких бы то ни было физических свойств проводящей цепи, которая охватывает изменяющийся магнитный поток; в частности, она *не зависит и от электропроводности цепи*. В контурах, охватывающих некоторый изменяющийся магнитный поток и имеющих различную проводимость (в том числе *хотя бы и совершенно неэлектропроводных*), индуцируется одинаковая электродвижущая сила. В указанном отношении закон Фарадея сходен с основным следствием из закона Био и Савара (§ 62), согласно которому магнитодвижущая сила, создаваемая электрическим током, не зависит ни от физических свойств среды, ни от свойств проводящей цепи и определяется только величиной тока (она одинакова для тока в металле, в электролите, в газе, в вакууме). Отмеченные черты законов Фарадея и Био и Савара имели решающее значение для обобщения этих законов в форме уравнений, предложенных Максвеллом (§ 76).

Из закона индукции (1) следует, что когда магнитный поток возрастает от 0 до Φ , то, с какой бы скоростью ни происходило изменение магнитного потока, интеграл по времени от индуцированной в контуре электродвижущей силы будет одинаков и может служить мерой магнитного потока, пронизывающего контур:

$$\int \mathcal{E} dt = \Phi_{(\text{в максвеллах})} \cdot 10^{-8} \text{ вольт-секунд.} \quad (4)$$

Если на оси абсцисс отложено время в секундах, а на оси ординат — индуцированная электродвижущая сила в вольтах, то площадь, ограниченная кривой (рис. 306), будучи умножена на 10^8 , дает величину полного изменения магнитного потока в абсолютных единицах (в максвеллах).

Таким образом, закон индукции позволяет измерять магнитный поток тем числом вольт-секунд, которое этот поток индуцирует при своем возникновении или исчезновении.

Очевидно, что

$$1 \text{ вольт-секунда} = 10^8 \text{ максвелл.}$$

Эту практическую единицу магнитного потока (вольт-секунду) называют также *вебер*.

Мы видим, таким образом, что если магнитный поток измерять не в абсолютных единицах (максвеллах), а в практических единицах, т. е. в вольт-секундах, то числовой коэффициент 10^{-8} во всех приведенных выше формулах [(1), (2), (3) и (4)] исчезает.

Для измерения суммарного импульса индуцированного напряжения $\mathcal{E} dt$ пользуются баллистическим гальванометром (§ 68), который, однако, вместо обычной градуировки в единицах количества электричества (в долях кулона, или, что то же, в долях ампер-секунды) градуируют, умножая ампер-секунды на внутреннее сопротивление гальванометра, в *вольт-секундах*. Понятно, что такой вольтметр, баллистические отклонения которого показывают суммарный импульс индуцированного

Рис. 306. Суммарный импульс индуцированного напряжения $\int_1^2 \mathcal{E} dt$

не зависит от быстроты изменения магнитного потока и всегда пропорционален полному изменению потока.

напряжения $\mathcal{E} dt$, можно проградуировать и в максвеллах.

Если в цепь гальванометра включена пробная катушка и полное сопротивление цепи, выраженное в омах, равно R , то индуцируемый в катушке ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ и, стало быть, согласно формуле (4),

$$\Phi_{(\text{в вольт-секундах})} = R \int I dt = RQ, \quad (4')$$

где Q — количество электричества в кулонах, проходящее через измерительную цепь при возникновении потока, пронизывающего контур этой цепи.

В случае возникновения однородного магнитного поля, направленного перпендикулярно к площадке S , охватываемой проводником, в уравнении (4) магнитный поток равен μHS , т. е. число и н д у ц и р о в а н н ы х в проводнике вольт-секунд (при неизменности S) пропорционально величине μH . Этим и объясняется, почему величину

$$B = \mu H$$

называют магнитной и н д у к ц и е й.

Явление электромагнитной индукции может быть использовано для измерения не только магнитного потока Φ , магнитной индукции B и напряженности магнитного поля H , но также и для измерения магнитного напряжения $\int H_i dl$ и магнитодвижущей силы $\oint H_i dl$. Измерение магнитного напряжения (величины, аналогичной электрическому напряжению $\int E_i dl$) осуществляют посредством гибкой длинной индукционной катушки, концы которой подключают к баллистическому гальванометру. В качестве каркаса для катушки часто применяют ремень. На рис. 307 показана схема такого прибора — так называемого пояса Роговского. Чтобы не загромождать рисунок, на нем показан только один слой обмотки; обычно делают обмотку в несколько слоев с совершенно одинаковым числом витков на каждую единицу длины катушки и с отводами (начала и конца обмотки) у середины катушки. Пусть N есть общее число витков, $l = \sum \Delta l_i$ — полная длина катушки и S — площадь ее поперечного сечения. При возникновении или исчезновении магнитного поля в отдельных достаточно малых прямолинейных участках катушки будут индуцироваться импульсы электродвижущей силы:

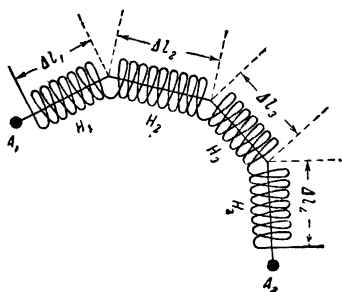


Рис. 307. Схема, поясняющая, почему магнитное напряжение $\sum H_i \Delta l_i$ пропорционально числу вольт-секунд, индуцированных в катушке пояса Роговского.

$$\int \mathcal{E}_i dt = \mu H_{\Delta l_i} S \cdot \frac{N}{l} \Delta l_i,$$

где $\frac{N}{l} \Delta l_i$ — число витков проволоки в рассматриваемом i -м участке катушки, а $H_{\Delta l_i}$ — проекция вектора напряженности магнитного поля на направление нормали Δl_i к поперечному сечению катушки в рассматриваемом месте.

Мы видим, таким образом, что магнитное напряжение между теми точками A_1 и A_2 , возникающего или исчезающего поля,

где находятся концы пояса Роговского, будет пропорционально общему числу индуцированных вольт-секунд:

$$\int H_i dl \approx \sum H_{\Delta l_i} \Delta l_i \approx \frac{1}{K} \int \mathcal{E} dt,$$

где K — постоянная прибора ($K = \mu S \frac{N}{l}$).

Рис. 308 поясняет, как посредством пояса Роговского можно измерить магнитное напряжение между точками 1 и 2 поля, создаваемого электромагнитом. Включая ток, питающий электромагнит, отмечают баллистическое отклонение

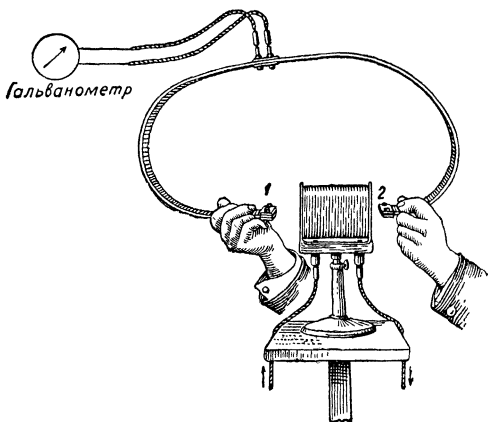


Рис. 308. Измерение магнитного напряжения поясом Роговского.

мы обнаружим, что при включении тока, питающего электромагнит, число индуцированных вольт-секунд равно нулю, так как

равна нулю магнитодвижущая сила $\oint H_i dl$ для любого замкнутого контура, не охватывающего линии тока.

Варьируя указанный опыт так, чтобы катушка пояса один или несколько раз охватывала линию тока, и отмечая показания баллистического гальванометра при включении тока, мы получаем подтверждение формулы § 62: $\mathcal{M} = 4\pi nI$ (рис. 309).

Электродинамический закон Фарадея в совмещении с законом Ома [формула (2)] делает понятным, почему даже небольшие изменения магнитного поля в массивных проводниках, имеющих малое сопротивление R , вызывают большие индуцированные токи. В этом случае индуцированные токи оказываются короткозамкнутыми в теле проводника и поэтому при небольшой электродвижущей силе такие токи обладают большой плотностью. Индуцированные

большей собственной период качания подвижной системы и градуированного в вольт-секундах. Изменив форму кривой, с которой совмещен пояс Роговского (изменив «путь интегрирования»), и повторив измерение при новом включении тока той же величины, нетрудно убедиться, что магнитное напряжение $\int_1^2 H_i dl$ между точками 1 и 2 не зависит от пути.

Сблизив концы пояса Роговского так, чтобы пояс не охватывал линии тока,

токи, короткозамкнутые в теле проводника, носят название *вихревых токов*, или *токов Фуко* — по имени ученого, открывшего и впервые исследовавшего их.

Когда токи Фуко возбуждаются движением массивного проводника в магнитном поле, то согласно правилу Ленца *токи Фуко имеют такое направление, что создаваемое ими магнитное поле противодействует движению проводника*. Например, если между полюсами электромагнита мы подвесим на сильно закрученной

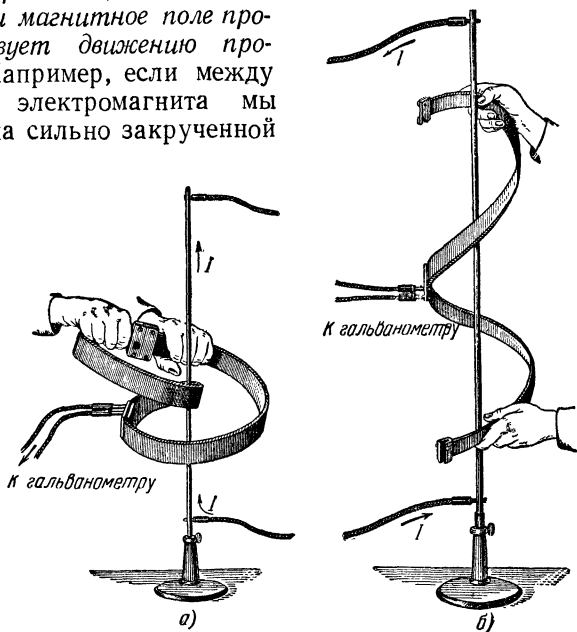


Рис. 309. Индукционные опыты, показывающие, что для контуров, охватывающих линию тока, магнитодвижущая сила кратна величине $4\pi I$, когда контур замкнут (рис. а) или когда замкнутой является проекция контура на плоскость, перпендикулярную к линии тока (рис. б).

нити медный кубик (рис. 310), то быстрое вращение этого кубика при раскручивании нити превращается, как только мы включим ток, питающий электромагнит, в медленное, едва заметное движение, как если бы кубик неожиданно оказался погруженным в вязкую жидкость; достаточно разомкнуть ток, питавший электромагнит, и быстрое вращение кубика при раскручивании нити сейчас же возобновляется.

В массивном проводнике, передвигаемом в магнитном поле, вследствие токов Фуко выделяется большое количество тепла. Во избежание этих потерь на нагревание вихревыми токами якоря динамомашин и сердечники трансформаторов делают не из сплошного железа, а из тонких пластин или же проволок с изолирующими

прослойками, перпендикулярными к возможным направлениям токов Фуко (рис. 311). Для уменьшения потерь на токи Фуко при изготовлении трансформаторных сердечников часто применяют так называемое легированное железо, содержащее от 2 до 4% кремния. Эта примесь кремния почти не влияет на магнитные свойства железа, но значительно понижает его электропроводность, что соответственно снижает силу токов Фуко.

Интенсивным выделением тепла при большой величине токов

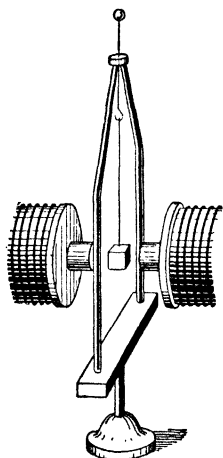


Рис. 310. Демонстрация вихревых токов.

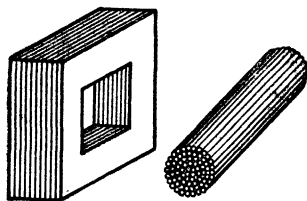


Рис. 311. Для снижения потерь, вызываемых вихревыми токами, сердечники трансформаторов собирают из изолированных железных пластин.

Фуко пользуются в электрометаллургии для плавки металла, помещаемого в переменное магнитное поле (металл, подлежащий плавке, загружают в полость *индукционной печи*; обмотку этой печи питают мощным переменным током, имеющим частоту 500—2000 герц, а в лабораторных установках — десятки и сотни тысяч герц; в таких печах, применяемых для выработки высококачественных сплавов, при подведенной мощности в 600 *квт* тонна металла плавится 40—50 мин.).

Тормозящим действием токов Фуко пользуются для устройства *магнитных успокоителей (демпферов)*. Например, если под качающейся в горизонтальной плоскости магнитной стрелкой расположить массивную медную пластину, то токи Фуко, возбужденные в этой пластине, будут тормозить («успокаивать», «тушить») колебания стрелки. Магнитные успокоители такого рода часто применяют в гальванометрах, сейсмографах и других приборах.

Когда по проводнику протекает быстропеременный ток, то вихревые токи, индуцируемые в этом проводнике, препятствуют равномерному распределению плотности тока по поперечному сечению проводника: плотность тока на оси провода оказывается меньше,

чем у его поверхности, т. е. ток вытесняется на поверхность провода. Это явление называется *скин-эффектом*¹⁾.

Скин-эффект является следствием индуктивности провода. При нарастании тока электродвижущая сила самоиндукции направлена против тока. Электрическое поле самоиндукции имеет наибольшую напряженность по оси проводника (так как количество линий маг-

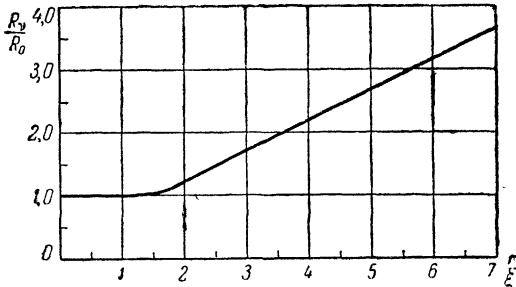


Рис. 312. Относительное увеличение сопротивления круглого провода вследствие скин-эффекта.

нитной индукции, охватывающих ось проводника, больше количества линий, охватывающих поверхность проводника, на число всех тех кольцевых линий магнитного поля в проводнике, радиус которых меньше радиуса проводника), а поэтому для поверхностных участков проводника соответственно меньшую величину имеет и производная $\frac{d\Phi}{dt}$. Большая величина обратного электрического поля самоиндукции у оси проводника и является причиной неравномерного распределения плотности тока: плотность тока убывает от поверхности к оси проводника, и тем резче, чем больше частота тока; т. е. чем больше частота, тем больше ток вытесняется на поверхность провода. При наиболее высоких радиочастотах плотность тока в проводе на глубине всего лишь 0,1 мм уменьшается до одной миллионной доли своей величины у поверхности.

Вследствие скин-эффекта омическое сопротивление провода быстропеременному току R_p значительно превышает сопротивление того же провода постоянному току R_0 . Это возрастание сопротивления зависит от отношения радиуса провода r к величине ξ , которую называют *глубиной проникновения*²⁾. Для медных проводов $\xi = \frac{66}{\sqrt{\nu}}$ мм, где ν — частота тока в герцах. Как показывает рис. 312, когда радиус провода в 6—7 раз превышает глубину проникновения,

¹⁾ От англ. skin—кожа.

²⁾ Очень толстая металлическая плита имеет по отношению к переменному току частоты ν такое же сопротивление, как плита из того же металла при толщине ξ для постоянного тока.

провод оказывает переменному току сопротивление приблизительно в 3,5 раза большее, чем постоянному току. При $\nu=10^6$ герц такое возрастание сопротивления наблюдается для провода диаметром около 0,4 мм (так как при $\nu=10^6$ герц глубина проникновения, согласно приведенному выше выражению, $\xi=0,066$ мм). Для переменного тока с частотой в 50 герц ξ велико и скин-эффект сказывается только для очень толстых кабелей (медных или алюминиевых; в железных проводах вследствие большой магнитной проницаемости он проявляется сильнее).

Учитывая скин-эффект, провода для переменных токов высокой частоты обычно сплетают из большого числа тонких проводящих нитей, изолированных друг от друга эмалевым покрытием (*литцендрат*); для очень больших высокочастотных токов применяют также трубчатые провода.

§ 73. Явление самоиндукции. Индуктивность. Законы нарастания и спада тока при включении и выключении цепи

При изменении величины тока в проводнике изменяется напряженность его магнитного поля. Энергия магнитного поля, окружающего проводник, растет по мере увеличения тока. На образование магнитного поля должна быть затрачена работа. Эта работа производится источником электрического тока (гальваническим элементом, динамо-машиной и т. д.). Поэтому можно сказать, что *энергия магнитного поля тока возникает за счет электрической энергии тока.*

Включая в замкнутую проводящую цепь источник электрического тока, можно обнаружить, что ток в цепи не сразу достигает той величины, которую ток в этой цепи должен иметь по закону Ома. Ток увеличивается *п о с т е п е н н о*, так как вначале происходит нарастание магнитного поля, или, иначе говоря, происходит превращение электрической энергии в магнитную.

Размыкая проводник, по которому шел ток и вокруг которого существовало, следовательно, магнитное поле, можно обнаружить явление *обратного превращения магнитной энергии в электрическую*: магнитное поле, окружавшее проводник, по которому шел ток, при размыкании тока должно исчезнуть, но *э н е р г и я* магнитного поля не может исчезнуть (это противоречило бы закону сохранения энергии); она возбуждает в проводнике электрический ток, т. е. превращается в электрическую энергию.

Постепенность нарастания тока при включении проводника в цепь, где действует электродвижущая сила, возбуждаемая каким-либо источником тока, можно объяснить с точки зрения закона Ома *возникновением в момент замыкания цепи обратной электродвижущей силы*, существующей, пока происходит образование магнитного