§ 81. Активные и реактивные токи. Коэффициент мощности ($\cos \varphi$). Потери ($\operatorname{tg} \delta$)

Как и в общей теории колебательных движений, в теории переменных токов большую пользу приносят векторные диаграммы. Очевидно, что синусоидально изменяющуюся электродвижущую силу

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$$

можно изобразить как проекцию на ось ординат вращающегося против часовой стрелки с угловой скоростью ω вектора, длина которого равна $\mathscr{E}_0$ и начальное положение которого в момент $t=0$ совпадало с осью абсцисс.

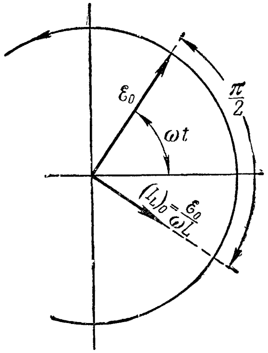

Рис. 341. Векторная диаграмма для случая индуктивного сопротивления.

Спросим себя, как изобразится в векторной диаграмме ток, протекающий под влиянием синусоидальной электродвижущей силы через катушку, обладающую индуктивностью L.

Мы видели, что ток в этом случае о т с т а е т на четверть периода от напряжения. Отставание на четверть периода представится в векторной диаграмме отставанием вектора тока на $\frac{\pi}{2}$; таким образом, вектор «индуктивного» тока будет перпендикулярен к вектору напряжения (рис. 341), отставая от него на 90°. Величина этого вектора

$$(I_L)_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}.$$

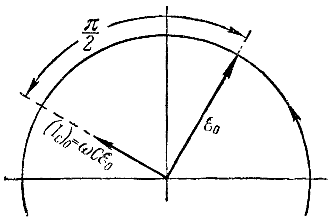

Рис. 342. Векторная диаграмма для случая емкостного сопротивления.

Если мы имеем дело с прохождением переменного тока через конденсатор, то ток о п е р е ж а е т электродвижущую силу на четверть периода. Это значит, что вектор, изображающий «емкостный» ток, должен опережать вектор напряжения на $\frac{\pi}{2}$ (рис. 342). Величина этого вектора, как мы видели выше, определяется соотношением

$$(I_L)_0 = \omega C \mathscr{E}_0.$$

Для случая активного омического сопротивления ток совпадает по фазе с напряжением. Это значит, что вектор тока совпадает по направлению с вектором напряжения. Величина его, конечно, определяется законом Ома.

Ток, вектор которого совпадает с вектором напряжения, называют *активным током*. Токи же, векторы которых *отстают от вектора напряжения или опережают его на* $\frac{\pi}{2}$, называют *реактивными токами*. Выбор такого названия объясняется тем, что именно активные токи определяют *потребление мощности* цепью переменного тока, тогда как на возбуждение реактивного тока (т. е. тока, который отстает от напряжения или опережает его на четверть периода) генератор расходует в течение каждой четверти периода столько же энергии, сколько в следующую четверть периода этот реактивный ток отдает генератору обратно (см. рис. 337); в итоге получается, что реактивный ток не производит работы.

В более общем случае, *когда сдвиг фазы между током и напряжением определяется углом* φ (в радианах), *работа, производимая переменным током* за целое (или полуцелое) число периодов, *пропорциональна* $\cos\varphi$.

Действительно, пусть ток отстает от напряжения на угол φ:

$$V = V_0 \sin\omega t, \qquad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi).$$

Тогда работа тока за период определяется интегралом

$$A = I_0 V_0 \int_0^T \sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)\, dt,$$

а средняя мощность, потребляемая током, определяется отношением этой работы к продолжительности периода[1]):

$$P = \frac{I_0 V_0}{T} \int_0^T \sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)\, dt = \frac{I_0 V_0}{2} \cos\varphi.$$

Если ввести эффективные значения тока и напряжения, то

$$P = I_{\text{эфф}} \cdot V_{\text{эфф}} \cos\varphi. \tag{8}$$

При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ или $-\frac{\pi}{2}$, т. е. при чисто реактивных токах, мощность, передаваемая по электрической цепи от генератора к нагрузке, в среднем равна нулю.

---

[1]) Для вычисления интеграла, приведенного в тексте, пользуемся преобразованием по известной тригонометрической формуле

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\beta - \alpha) - \cos(\beta + \alpha)].$$

Таким образом, вместо интеграла, приведенного в тексте, получаем два интеграла:

$$\frac{1}{2}\int_0^T \cos\varphi\, dt = \frac{T}{2}\cos\varphi \quad \text{и} \quad \frac{1}{2}\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)\, dt = 0.$$

При каких-либо заданных величинах напряжения и тока, чем меньше разность фаз между ними и соответственно чем ближе $\cos\varphi$ к единице, тем бо́льшая мощность передается током от генератора к нагрузке; поэтому $\cos\varphi$ называют *коэффициентом мощности* цепи.

Во многих случаях р е а к т и в н ы е токи необходимы. Так, если переменным током мы питаем электромагнит, предназначенный, скажем, для подъема железных предметов, то катушка электромагнита, представляя собой в идеальном случае чисто индуктивное сопротивление, будет потреблять от сети реактивный ток, отстающий от напряжения сети на $\frac{\pi}{2}$.

Однако в большинстве случаев, в частности при питании трансформаторов, которые служат для преобразования переменных напряжений, важен а к т и в н ы й ток, который создается при нагрузке вторичной обмотки трансформатора (§ 84). Реактивный же ток, который необходим для создания магнитного поля в сердечнике трансформатора, носит, в сущности, вспомогательный характер; он непосредственно не производит никакой полезной работы.

Предположим, что к сети подключено, как это часто бывает, большое количество трансформаторов. Каждый из них потребляет известный реактивный ток для создания магнитного поля сердечника. Это значительно ухудшает коэффициент мощности установки.

Однако есть возможность добиться совпадения вектора тока с вектором напряжения, воспользовавшись явлением резонанса (§ 83). Для этого включают в сеть, кроме трансформаторов, также и емкость C, подобрав ее так, чтобы ее реактивный ток был равен суммарному реактивному току трансформаторов.

Тогда во внешней цепи будет течь только активный ток, реактивные же токи трансформаторов и емкости взаимно компенсируют друг друга. Они будут циркулировать лишь в цепи: емкость — обмотки трансформаторов, не заходя в питающую сеть и в генератор электроцентрали. Для питающей линии и для генератора электроцентрали $\cos\varphi=1$, и условия их работы будут наивыгоднейшими.

Это мероприятие имеет существенное экономическое значение. Совершенно ясно, что электроцентраль и линии электропередачи, не загруженные бесполезным реактивным током, могут быть в большей мере загружены токами активными.

Следует отметить, что представление о реактивном токе как о токе, фаза которого сдвинута на $\frac{\pi}{2}$ относительно напряжения и который поэтому в среднем не производит никакой работы и не сопровождается рассеянием энергии (на нагревание проводов), конечно, является идеализацией (схематическим упрощением) процессов, происходящих в действительности при прохождении переменного тока через катушки или конденсаторы. Заключение, что фазы токов, проходящих через катушку или конденсатор, отличаются от фазы напряжения на 90°, являлось бы точным только в том случае, если бы прохождение этих токов не было связано с нагреванием проводов и другими потерями (как это было предположено в предыдущем параграфе). Но ток, проходящий через катушку, в отношении нагревания проводов, происходящего по закону Джоуля—Ленца, ничем не отличается от активного тока той же частоты (а при большой частоте сопротивление обмотки катушки вследствие скин-эффекта может оказаться значительным).

Кроме того, часть энергии тока рассеивается вследствие гистерезисных потерь в сердечнике катушки (если он имеется) и токов Фуко в окружающих проводниках, например в металлических «экранах», в которые помещают катушки радиоаппаратов. Может иметь место также утечка тока вследствие несовершенства изоляции и т. п. Потери энергии тока, но обычно меньшие, чем в катушках, наблюдаются и при прохождении тока через конденсаторы. В этом случае они вызываются главным образом некоторым отставанием во времени от напряженности поля поляризации диэлектрика (в той ее части, на которую оказывает влияние молекулярно-тепловое движение), а также иногда наличием небольших ионных токов проводимости в диэлектрике конденсатора.

Вследствие потерь ток через катушку или конденсатор никогда не является чисто реактивным, т. е. сдвиг его фазы относительно напряжения никогда не бывает точно равным $\frac{\pi}{2}$, а всегда оказывается меньше, чем $\frac{\pi}{2}$, на угол δ, который называют *углом потерь*. Под действием напряжения $\mathscr{E}=\mathscr{E}_0 \sin \omega t$ в идеальной катушке должен был бы проходить чисто реактивный ток $I'_L=(I'_L)_0 \sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$ с амплитудой $(I'_L)_0=\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}$; в действительности же, как показано в конце следующего параграфа (в виде пояснения выведенного там обобщенного закона Ома), возбуждается ток

$$I_{\text{кат}}=(I_{\text{кат}})_0 \sin\left[\omega t-\left(\frac{\pi}{2}-\delta\right)\right]$$

с амплитудой, уменьшившейся вследствие потерь до значения $(I_{\text{кат}})_0=\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos\delta$; этот фактический ток через катушку представляет собой сумму возникшего в связи с потерями активного тока I_r и реактивного тока с амплитудой, уменьшившейся до величины $(I_L)_0=\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos^2\delta$, что ясно из рис. 343. Согласно рис. 343

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{(I_r)_0}{(I_L)_0}=\frac{(I_r)_0}{\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos^2\delta}.$$

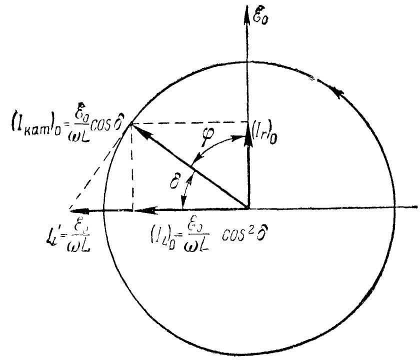

Рис. 343. Вследствие потерь амплитуда тока через катушку уменьшается до величины $\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos\delta$, а амплитуда реактивного тока — до величины $\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos^2\delta$, где δ — угол потерь.

Аналогичные соотношения и такая же диаграмма справедливы и для тока через конденсатор. Так как активный ток—это ток, фаза которого совпадает с напряжением, то очевидно, что мощность, рассеиваемая вследствие потерь, равна $\frac{1}{2}(I_r)_0\mathscr{E}_0$. Та же мощность будет рассеиваться в цепи, составленной из идеальной катушки с той же индуктивностью L и некоторого сопротивления r, включенного последовательно с ней (называемого *сопротивлением потерь*), если это сопротивление r определено как раз из условия равенства рассеиваемых мощностей:

$$\frac{1}{2}r(I_{\text{кат}})_0^2=\frac{1}{2}(I_r)_0\mathscr{E}_0.$$

Как упоминалось выше,

$$(I_{\text{кат}})_0=\frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}\cos\delta.$$

Поэтому получается, что

$$(I_r)_0=r\frac{\mathscr{E}_0}{(\omega L)^2}\cos^2\delta.$$

Подставляя это значение амплитуды активного тока в приведенное выше выражение для тангенса угла потерь, приходим к формуле, которую считают основной при анализе влияния потерь на режим переменного тока в электрических цепях:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{r}{\omega L}. \qquad (9)$$

По смыслу вывода этой формулы понятно, что аналогичное соотношение справедливо и для тангенса угла потерь в цепи с конденсатором

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{r}{\dfrac{1}{\omega C}}. \qquad (9')$$

В радиотехнических расчетах часто применяют величину, обратную тангенсу угла потерь, которую называют *добротностью* электрической цепи (см. стр. 460 и 485):

$$Q = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta} = \frac{\text{реактивное сопротивление цепи}}{\text{сопротивление потерь}}. \qquad (10)$$

Потери в катушках большой индуктивности в высокой мере зависят от конструкции и магнитных свойств сердечника и выполнения обмотки. При правильной конструкции потери в сердечнике и в обмотке (не одинаково зависящие от частоты) должны быть по возможности уравнены.

Для уменьшения потерь на токи Фуко сердечники набирают из тонких листов трансформаторного железа (толщиной 0,5—0,35 *мм*), покрытых для изоляции их друг от друга тонким (0,05 *мм*) слоем лака. Потери в таких сердечниках составляют около 2 *вт* на килограмм массы сердечника. Сечение проводов выбирают с учетом возрастания их сопротивления вследствие скин-эффекта так, чтобы при эксплуатации потери в обмотке были приблизительно равны потерям в сердечнике. Суммарно потери в сердечнике и обмотке трансформаторов большой мощности (порядка 10 *квт*) составляют 3—4%, а в трансформаторах очень большой мощности (порядка 10 000 *квт*)— несколько десятых долей процента.

Потери в небольших трансформаторах лабораторного типа и в «силовых» трансформаторах, применяемых в радиоаппаратуре, обычно бывают не меньше 10—12% (чаще около 15%). Еще бо́льшую часть мощности (как правило, 30%) составляют потери в дросселях и трансформаторах усилителей звуковой частоты. Первичная обмотка трансформаторов для токов звуковой частоты состоит из 2000—5000 витков и имеет индуктивность 5—25 *гн*.

Катушки резонансных контуров радиочастот имеют индуктивность порядка тысячных (а для коротких волн—миллионных) долей генри. Такая индуктивность создается сравнительно небольшим числом витков провода без ферромагнитного сердечника [1]). В связи с этим потери в радиочастотных катушках невелики — порядка 1% (тангенс угла потерь — от 0,02 до 0,005).

Потери в конденсаторах (за исключением электролитических конденсаторов) обычно не превышают 0,1—0,2%, что соответствует тангенсу угла потерь 0,001—0,002. В электролитических конденсаторах тангенс угла потерь может достигать 0,2.

Среди лучших изоляторов (имеющих удельное сопротивление порядка 10^{16}—10^{18} *ом·см*) выделяются наименьшим значением тангенса угла потерь: кварц плавленый, слюда—мусковит, парафин и полистирол; для них $\operatorname{tg}\delta \approx 0{,}0005$.

---

[1]) В этом случае, не столько для увеличения индуктивности, но в основном для ее регулирования, применяют ввинчивающиеся сердечники из *магнетодиэлектриков*. Для устранения потерь от вихревых токов магнетодиэлектрики изготовляют из мельчайших зерен (3 μ) карбонильного железа или из несколько более крупных (до 300 μ) зерен магнетита, разобщенных и связанных диэлектриком, например полистиролом.