меньше фокусного расстояния $f$, тогда [формула (7)] $CX_1$ отрицательно, т. е. точка $X_1$ лежит с той же стороны линзы, что и $X$.

Как мы увидим в следующем параграфе, отдельные линзы применяются довольно редко для получения изображений предметов.

Отдельные линзы применяют главным образом на маяках и в сигнальных аппаратах для получения параллельных световых пучков. При этом источник света помещают в главном фокусе линзы.

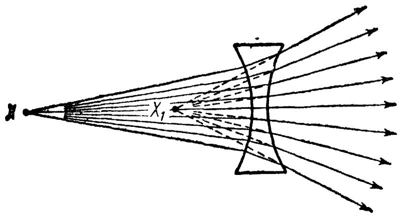


Рис. 19. Рассеивающая линза.

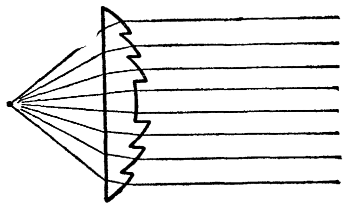

Рис. 20. Сечение линзы Френеля.

Так как линзы для таких устройств требуются больших размеров, то это сопряжено с большим увеличением их веса, если пользоваться обычными линзами со сферическими поверхностями. Френель изобрел линзы со ступенчатыми поверхностями, в которых оказалось возможным резко уменьшить количество стекла. Из рис. 20 видно действие такой линзы.

## § 10. Оптические системы

Все сказанное в предыдущем параграфе о линзах относилось к малым линзам, поперечник которых значительно меньше их фокусного расстояния. Кроме того, все сделанные выводы справедливы лишь для лучей, образующих весьма малый угол с оптической осью. Для обычного применения линз—получения изображения каких-либо предметов—линзы малого размера так же мало годятся, как и малые зеркала в соответствующих случаях. Так же как и в случае зеркал, малая линза сконцентрирует в изображении слишком малое количество света.

При увеличении размера линзы преломленные ею лучи уже не собираются в одну точку, так как угол с осью становится большим. Возникает, так же как и в зеркалах, *сферическая аберрация*. Если мы имеем предмет, состоящий из ряда светящихся точек, то изображение этого предмета получится расплывчатым, ибо пучки лучей, исходящие из каждой точки предмета, уже не соберутся линзой в соответствующие точки изображения.

С другой стороны, если наш предмет имеет большие размеры в направлении, перпендикулярном к оси, то даже при малой линзе лучи предмета, проходящие сквозь линзу, будут образовывать большие углы с оптической осью. Следовательно, изображение краев предмета также будет плохим.

Чтобы ослабить влияние этих недостатков, свойственных отдельным линзам, составляют по нескольку линз вместе, располагая их одну за другой. Комбинация нескольких линз (в которую могут входить также и зеркала) называется *оптической системой.*

В состав оптической системы могут входить элементы (линзы или зеркала) с большими аберрациями, но противоположных знаков. Эти аберрации как бы компенсируют друг друга, и в системе достигается своеобразное равновесие, соответствующее малым результирующим аберрациям. Достаточно вынуть из сложного первоклассного фотообъектива одну из линз, чтобы равновесие нарушилось и возникла большая аберрация.

Если оптические оси всех линз совпадают, то оптическая система носит название *центрированной.*

Самым простым примером оптической системы является пара тонких линз, сложенных вплотную. В этом случае фокусное расстояние системы очень просто связано с фокусными расстояниями отдельных линз:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}, \tag{8}$$

где $f$ — фокусное расстояние системы, $f_1$ — фокусное расстояние первой линзы, $f_2$ — фокусное расстояние второй линзы.

Формулу (8) можно словами выразить следующим образом: *оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе, равна сумме оптических сил этих линз.*

Сложнее обстоит дело в случае двух линз, расположенных на некотором расстоянии. Для них уже формула (8) несправедлива, и, поскольку в этом случае система приобретает определенную толщину, возникает вопрос, откуда отсчитывать все расстояния по оптической оси. Если в случае тонкой линзы мы за опорную брали точку $C$ (рис. 17), то теперь надо выбрать какие-то новые точки за опорные в нашей оптической системе.

Собственно говоря, переход от одной линзы к двум или нескольким принципиально чрезвычайно прост. Мы рассматриваем последовательное действие линз. При этом изображение, даваемое первой линзой, очевидно, служит предметом для второй, следующей за ней линзой; изображение, даваемое второй линзой уже от этого «предмета», служит предметом для третьей и т. д. Зная расположение линз и их фокусные расстояния, применяя к каждой линзе формулу (7), легко найти место окончательного изображения, даваемого системой.

Однако оказывается, что для полной характеристики системы достаточно задать лишь расположение нескольких основных точек, тесно связанных с ее структурой. Расположение этих точек, конечно, приходится рассчитывать, исходя из отдельных элементов системы (линз, зеркал и расстояний между ними), но если эти точки известны, то можно забыть о всей детальной структуре системы и для построения изображения пользоваться только ими.

К числу таких точек, во-первых, относятся *главные фокусы системы*, т. е. точки, в которых сходятся параллельные лучи, падающие на систему. Если система не собирающая, а рассеивающая, то это будут соответственно мнимые точки, из которых как бы исходят рассеянные системой параллельные лучи.

Наоборот, если мы поместим какой-либо точечный источник в главный фокус системы, то система делает пучок лучей параллельным.

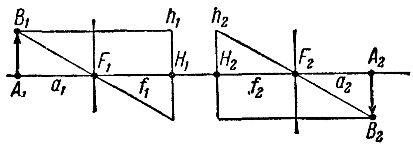


Рис. 21. Основные элементы оптической системы.

Если же построить плоскости, проходящие перпендикулярно к оптической оси через главные фокусы, то все сказанное относится к любой точке этих плоскостей. На рис. 21 прямые, проходящие через $F_1$ и $F_2$, изображают следы этих плоскостей, $F_1$ и $F_2$ — главные фокусы системы.

Кроме главных фокусов на оптической оси системы существуют еще две сопряженные точки, называемые просто *главными точками*. Если мы поместим в одну из главных точек предмет, то система дает его изображение в другой главной точке, причем изображение будет прямое и равное предмету по величине.

На рис. 21 точки $H_1$ и $H_2$ — главные точки системы. Плоскости, проходящие через эти точки оптической системы перпендикулярно к ее оси, называются *главными плоскостями*. Нетрудно сообразить, что у одной тонкой линзы обе главные плоскости сливаются в одну и совпадают с самой линзой. У линзы, имеющей конечную толщину (толстой линзы), главные плоскости раздвинуты на некоторое расстояние. Чем сильнее раздвинуты эти плоскости, тем сильнее система отличается от тонкой линзы.

Фокусными расстояниями системы называют отрезки $F_1H_1$ и $F_2H_2$, т. е. фокусные расстояния у системы измеряются от главных плоскостей, а не от поверхностей, ограничивающих систему линз.

В случае, если система с обеих сторон граничит с одной и той же средой, $F_1H_1 = F_2H_2$.

Пусть перпендикулярно к оси системы расположен предмет, представленный стрелкой. Найдем его изображение, пользуясь известными нам свойствами точек $F_1$, $F_2$ и $H_1$, $H_2$ и проходящих через них плоскостей.

Для этой цели проследим ход лучей, исходящих из конца стрелки $B_1$. Один луч, проходящий через главный фокус $F_1$, должен, очевидно, по выходе из системы пойти параллельно ее оси, причем он выйдет из плоскости $H_2$ на расстоянии, равном расстоянию от точки пересечения его с главной плоскостью $H_1$ до оптической оси. Другой луч, идущий параллельно оси системы, пройдет по выходе из нее через $F_2$. При этом расстояние, на котором он выйдет из плоскости $H_2$, определяется, как и для первого луча, на основании свойств главных плоскостей. Пересечение этих двух лучей по выходе из системы дает точку $B_2$, положение которой таким образом вполне определено и которая является изображением точки $B_1$, так как через нее пройдут все остальные лучи, выходящие из $B_1$.

Из соображений симметрии ясно, что перпендикуляр $A_2B_2$ является изображением $A_1B_1$, причем изображением перевернутым.

Из рис. 21 легко получить формулу, связывающую расстояние предмета $A_1F_1$ с расстоянием изображения $A_2F_2$.

Из равенства $A_1B_1=h_1H_1=h_2H_2$ тангенс угла $h_2F_2H_2$ равен $\frac{A_1B_1}{F_2H_2}$. Угол $h_2F_2H_2$ равен углу $A_2F_2B_2$, тангенс которого $\frac{A_2B_2}{a_2}$, откуда получаем:

$$\frac{A_1B_1}{F_2H_2}=\frac{A_2B_2}{a_2}.$$

С другой стороны, при помощи точно таких же рассуждений получим:

$$\frac{A_2B_2}{F_1H_1}=\frac{A_1B_1}{a_1}.$$

Исключая из обеих формул $A_2B_2$, получаем:

$$\frac{A_1B_1}{F_2H_2}=\frac{A_1B_1\cdot F_1H_1}{a_1\cdot a_2},$$

или, сокращая на $A_1B_1$ и преобразовывая, находим:

$$a_1a_2=F_2H_2\cdot F_1H_1.$$

В случае одинаковых сред $F_1H_1=F_2H_2=f$. Тогда предыдущая формула окончательно приобретает вид:

$$a_1a_2=f^2. \tag{9}$$

Эта формула носит название **формулы Ньютона**. При помощи нее можно сказать, как будет двигаться изображение при движении предмета, т. е. как меняется $a_2$ в зависимости от $a_1$.

Из формулы (9) видно, как связано увеличение, даваемое системой, с расположением предмета. Увеличение измеряется отношением

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1}=\frac{f}{a_1}. \tag{10}$$

Мы видим, что чем ближе к фокусу предмет, тем больше его изображение. Наоборот, чем дальше от второго фокуса изображение, тем оно больше. Это нетрудно показать, заменив в формуле (10) $a_1$ через $a_2$ из (9):

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1}=\frac{a_2}{f}. \tag{11}$$

До сих пор речь шла лишь о предметах, не имеющих протяжения вдоль оси системы. Для того чтобы получить продольное увеличение, даваемое системой, найдем, как будет изображаться бесконечно малый отрезок $da_1$, расположенный вдоль оси.

Увеличением в данном случае будет отношение $\frac{da_2}{da_1}$, т. е. производная от $a_2$ по $a_1$. Согласно формуле (9) эта производная имеет следующий вид:

$$\frac{da_2}{da_1}=-\left(\frac{f^2}{a_1^2}\right). \tag{12}$$

Мы видим, что с убыванием $a_1$ возрастает $a_2$, так как $\frac{da_2}{da_1}<0$. Это означает, что при приближении предмета изображение удаляется.

Кроме того, продольное увеличение равно квадрату поперечного увеличения [ср. (11) и (12)]. Если предмет будет иметь вид маленького шара, то изображение получится в виде эллипсоида. При поперечном увеличении, равном трем, продольное равно девяти, т. е. отношение осей такого эллипсоида равно трем. Чем больше увеличение, тем сильнее эллипсоид будет отличаться от сферы.

Все сказанное свидетельствует о том, что идеального изображения, по форме подобного предмету, не может быть. Оптические системы разрешают эту задачу лишь приближенно.

Все полученные нами выводы относятся и к отдельной линзе. Как мы уже указывали, для нее главные плоскости сливаются. Формулы (10), (11) и (12) справедливы и для нее и легко могут быть получены из формулы (9).

## § 11. Глаз как оптическая система

Чарльз Дарвин в «Происхождении видов» рассматривает эволюцию органов зрения у животных как одно из фундаментальных подтверждений справедливости теории биологического развития. Например, он пишет: «Известно, что многие животные, принадлежащие к самым различным классам и живущие в подземных пещерах, совершенно слепы. У некоторых ракообразных стебелек глаза сохранился, но самый глаз исчез—штатив телескопа сохранился, но телескоп с его стеклами уже не существует».

Человеческий глаз представляет «итог изменений организма под действием внешней среды и борьбы за существование, за лучшую приспособленность к внешнему миру» (С. И. Вавилов).