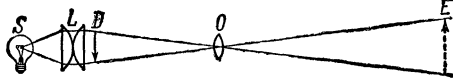


Прозрачный рисунок — диапозитив D (рис. 38) — помещают перед осветительной линзой (конденсором) L . Изображение яркой лампы S сфокусировано на объективе O , который в свою очередь установлен на таком расстоянии от диапозитива, что на экране E получается резкое изображение диапозитива. Такое расположение дает наиболее выгодное использование света лампы S , так как весь свет, падающий на конденсор L , участвует в образовании изображения на экране.



В кинопроекторном аппарате вместо диапозитива перемещается кинолента, так же как при съемке. Лента перемещается рывками, причем в моменты перемещения ленты объектив закрывается непрозрачным вращающимся диском. Благодаря инерционности глаза изображения последовательных снимков движущихся предметов сливаются в одно движущееся изображение.

Рис. 38. Схема проекционного аппарата.

§ 14. Принцип Ферма

До сих пор мы рассматривали все соотношения геометрической оптики и законы действия оптических инструментов как следствие основных законов отражения и преломления света, сформулированных в § 8.

Однако, как показал около 300 лет назад Ферма, эти основные законы могут быть в свою очередь выведены из одного более общего принципа. Принцип Ферма утверждает, что *свет распространяется по такому пути, при котором время, необходимое для прохождения света от одной точки до другой, имеет наименьшее или наибольшее значение (экстремум)*¹⁾.

Ферма считал свой принцип проявлением еще более общего принципа целесообразности: «природа всегда придерживается кратчайшего пути». Такое телеологическое толкование принципа Ферма было широко распространено в XVII и XVIII вв. и использовалось для доказательства существования бога. Однако, кроме всего прочего, такой трактовке резко противоречат все случаи, соответствующие *наибольшему* времени. Ниже (§ 25) показано, что принцип Ферма является просто одним из следствий волновой природы света, но справедлив только в области применимости методов геометрической оптики.

Если тело имеет показатель преломления n_1 , то скорость света в этом теле равна $v_1 = \frac{c}{n_1}$, где c — скорость света в пустоте. Поэтому

¹⁾ От лат. extremum — крайнее.

время, в течение которого свет проходит расстояние l в среде с показателем преломления n_1 , определяется соотношением

$$t = \frac{l}{v_1} = \frac{ln_1}{c}.$$

Произведение геометрического пути l на показатель преломления n_1 называют *оптическим путем*. Пусть свет проходит несколько сред с показателями преломления n_1, n_2, n_3 (рис. 39). Из точки A свет попадает в B по такому пути $AMNB$, для которого время

$$t = \frac{AM \cdot n_1}{c} + \frac{MN \cdot n_2}{c} + \frac{NB \cdot n_3}{c}$$

имеет наибольшее или наименьшее значение.

Так как скорость света c в пустоте есть величина постоянная, то можно сформулировать принцип Ферма так: *между точками A и B оптический путь $L = AM \cdot n_1 + MN \cdot n_2 + NB \cdot n_3$ имеет минимальное или максимальное значение.*

Из принципа Ферма легко вывести законы отражения и

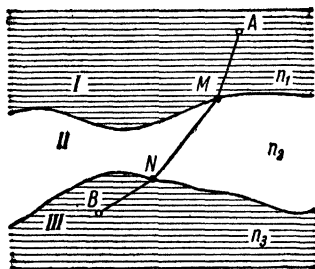


Рис. 39. К принципу Ферма.

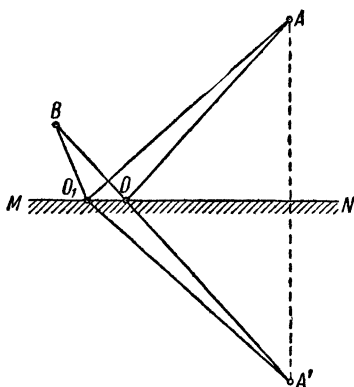


Рис. 40. Закон отражения как следствие принципа Ферма.

преломления. В случае отражения оптический путь пропорционален геометрическому пути, так как распространение света происходит в одной среде. Поэтому применение принципа Ферма к отражению света сводится к решению чисто геометрических задач.

Пусть требуется найти кратчайший путь из точки A в B при условии, что путь должен проходить через точку, лежащую на поверхности зеркала MN (рис. 40). Иначе говоря, требуется найти такую точку O на зеркале, чтобы путь $AO + OB$ был минимальным. Возьмем точку A' , симметричную с A относительно поверхности зеркала MN . Для любой точки O_1 отрезок $A'O_1 = O_1A$ и, следовательно, $L = BO_1 + O_1A = BO_1 + O_1A'$. Отсюда становится очевидным, что искомой точкой будет точка O , лежащая на пересечении прямой BA'

с поверхностью зеркала MN^1). Из этого способа построения точки O получается закон отражения: $\angle AON = \angle BOM$.

В то время как при отражении от плоского зеркала оптический путь имеет минимальное значение, в других случаях он может быть максимальным. Так, при отражении от вогнутых зеркал имеет место как наименьший оптический путь, так и наибольший. Пусть MN (рис. 41) — вогнутое зеркало, A и B — две точки, между которыми нужно найти оптический путь луча, отражающегося от зеркала MN . Построим эллипсоид вращения с фокуса-

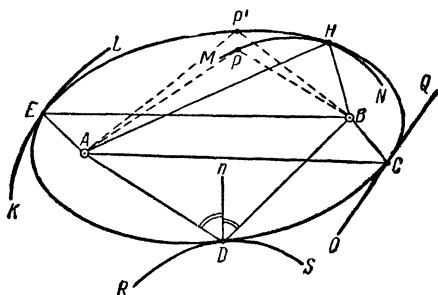


Рис. 41. При отражении от кривого зеркала оптический путь имеет иногда наименьшее, а иногда наибольшее значение.

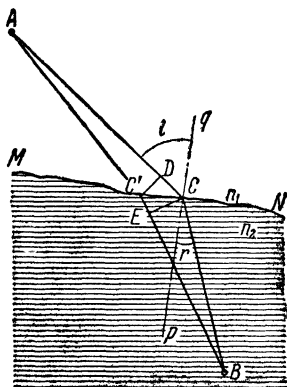


Рис. 42. Вывод закона преломления из принципа Ферма.

ми A и B , касательный к поверхности MN . Из геометрического свойства эллипса следует, что все лучи, исходящие из A , собираются в точке B . Следовательно, искомый оптический путь проходит через точку касания H . Легко показать, что путь $AH + HB$ больше любого другого $AP + PB$. В самом деле, $AP + PB < AP' + P'B$. Последняя же сумма по геометрическому свойству эллипса равна $AH + HB$. Таким образом, рассмотренный случай дает пример наибольшего оптического пути. В случае вогнутого зеркала KL , касательного к эллипсу снаружи, отражение происходит при минимальном оптическом пути, так же как в случае плоского зеркала OQ и выпуклого RS .

Когда свет проходит через границу MN (рис. 42) между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 , то из условия минимума или максимума оптического пути

$$L = AC \cdot n_1 + CB \cdot n_2$$

получается закон преломления:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1},$$

где i и r — углы с нормалью pq к поверхности MN .

¹⁾ Так как прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками,

Если величина L имеет для светового луча экстремальное значение, то это значит, что величина L при бесконечно малых изменениях формы луча не должна практически меняться. В данном случае наблюдается то же и в максимуме или минимуме обычной функции от какого-либо аргумента: бесконечно малые изменения аргумента не изменяют значения функции (производная равна нулю). Разница только в том, что величина L зависит не от какого-либо аргумента, а от формы луча ACB . Проведем через точку C' , бесконечно близкую к C , луч $AC'B$; согласно сказанному длина оптического пути L' для этого луча должна быть равна длине оптического пути L .

Иными словами,

$$ACn_1 + CBn_2 = AC'n_1 + C'Bn_2,$$

или

$$(AC - AC')n_1 = (C'B - CB)n_2.$$

Проведем из A и B окружности радиусами AC' и BC ; тогда ввиду малости CC' можно считать, что

$$CD = AC - AC' \text{ и } C'E = C'B - CB,$$

или, пользуясь полученным выше соотношением:

$$CDn_1 = C'E n_2.$$

Рассматривая треугольники CDC' и CEC' как прямоугольные, получим:

$$CD = CC' \sin i \text{ и } C'E = CC' \sin r.$$

Подставив эти выражения и сократив на CC' , получим:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Если рассмотреть действие любой оптической системы, дающей изображения, то на первый взгляд кажется, что мы имеем дело с резким нарушением принципа Ферма. Свет от любой точки предмета до ее изображения распространяется по бесчисленному числу различных путей. Все лучи, вышедшие из светящейся точки, собираются в ее изображении, преломляясь и отражаясь различным образом.

Однако оказывается, что и здесь все находится в полном согласии с принципом Ферма. Частным случаем экстремума какой-либо величины является постоянство этой величины. *Время прохождения света по всем лучам, образующим изображение точки, будет одно и то же.* Задача становится неопределенной, мы не можем выбрать луча, соответствующего минимальному или максимальному времени, и сказать, что все остальные запрещены. Все лучи, идущие через оптическую систему, равновозможны с точки зрения принципа Ферма. Как было указано, если мы поместим источник в один фокус

эллиптического зеркала, то все лучи соберутся в другом фокусе. Из геометрических свойств эллипса прямо следует, что оптический путь от одного фокуса до другого по всем лучам будет один и тот же в согласии с принципом Ферма.

При прохождении линзы (положительной) центральный луч проходит меньший геометрический путь, чем краевые лучи, но, пользуясь формулой (5), можно показать, что оптические пути всех лучей будут равны. Этот результат вполне понятен, ибо чем короче световой луч (рис. 17), тем больший путь этот луч должен пройти в стекле, где свет распространяется медленнее, чем в воздухе. Вот это замедление света в стекле и компенсирует укорочение геометрического пути луча. Можно поступить наоборот и из постоянства оптических путей получить формулу (5).

Все сказанное о равенстве оптических путей, конечно, справедливо только для случаев идеального изображения, когда светящейся точке соответствует точечное изображение. Если же система не сводит всех лучей, вышедших из точки, опять в одну точку, то, естественно, нарушается постоянство оптического пути по всем лучам. Чем хуже будет качество изображения, тем сильнее будут расходиться значения для различных оптических путей. В современной теории ошибок оптических инструментов, основанной Гамильтоном, мерой качества оптической системы служит величина отклонений от постоянства оптических путей для различных лучей.

Особенно интересны применения принципа Ферма в оптике сред с непрерывно меняющимся показателем преломления.

В случае среды с непрерывно меняющимся показателем преломления условие максимума или минимума оптического пути может быть написано как условие максимума или минимума интеграла, выражающего сумму оптических путей

$$L = \int n \, dl,$$

где dl — элемент геометрического пути, а n — показатель преломления — функция координат. Путь светового луча оказывается в этом случае криволинейным. Так, например, в земной атмосфере наблюдаются явления рефракции и миража, происходящие вследствие непрерывного изменения плотности, а следовательно, и показателя преломления воздуха. Так как плотность воздуха с высотой убывает, то рефракция искривляет световой луч, идущий от звезды S (рис. 43), делает его падающим на землю более

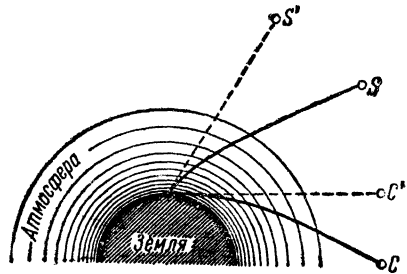


Рис. 43. Астрономическая рефракция.

отвесно, и поэтому наблюдатель видит звезду в точке S' , находящейся выше истинного положения звезды S .

Миражи наблюдаются при возникновении резких изменений плотности воздуха с высотой, которые вызываются температурными условиями. Над раскаленным песком пустыни воздух сильно нагревается и плотность его мала. Поэтому до известной высоты в таких условиях может наблюдаться рост

плотности воздуха с высотой, т. е. рост показателя преломления воздуха с высотой. Такое необычное изменение показателя преломления вызывает искривление светового луча, изображенное на рис. 44, а. Световой луч своей выпуклостью обращен к Земле, а не от Земли. В этом случае наблюдателю кажется, что световые лучи исходят от перевернутого предмета или что световые лучи отражаются от плоского зеркала. Это плоское зеркало воспринимается как большая водная поверхность.

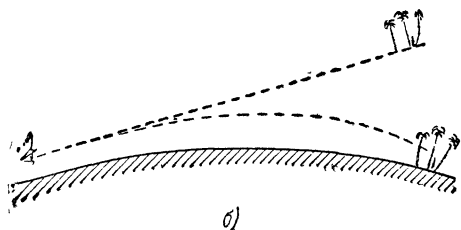
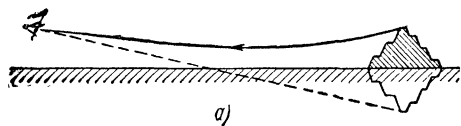


Рис. 44. Происхождение миража.

Наоборот, при резком убывании плотности воздуха с высотой световые лучи искривляются, так же как и при рефракции, но в гораздо большей степени. В результате световые лучи, идущие от предметов, лежащих за горизонтом, огибают Землю и попадают в глаз наблюдателя (рис. 44, б). Наблюдатель видит далекие предметы, и они ему кажутся близкими.

Таким же «миражем», по сути дела, является прием сверхдальней радиопередачи, происходящий в результате полного внутреннего отражения коротких радиоволн от ионосферы (т. II, § 91).

§ 15. Электронная оптика

Между распространением световых лучей и движением частиц вещества имеется глубокая аналогия. Внешне эта аналогия проявляется в сходстве формы светового луча с траекторией частицы, движущейся в силовом поле. Например, форма луча во втором случае миража (§ 14) похожа на форму траектории снаряда, брошенного под углом к поверхности земли.

Наиболее общим проявлением этой аналогии служит тот факт, что в механике имеется принцип наименьшего действия, соответствующий оптическому принципу Ферма.