

получаемых спектров имеет место сильное наложение соседних спектров, вследствие чего ступенчатые решетки применяют исключительно для анализа «сверхтонкой структуры» отдельных спектральных линий.

§ 30. Плоскостные решетки. Пространственная решетка

Когда свет проходит сквозь какой-нибудь экран, обладающий правильно расположенными прозрачными или непрозрачными деталями, всегда наблюдаются своеобразные дифракционные явления, в известной мере сходные с дифракцией на простой решетке, и вместе с тем зависящие от структуры экрана. Вообще, всякая правильная структура экрана вызывает появление дифракционной картины. В дифракционных спектрах иногда наблюдаются так называемые «дúхи», т. е. линии, не имеющиеся в спектре источника; появление «дúхов» объясняется неправильностями чередования штрихов решеток. Если есть какой-нибудь намек на периодичность этих неправильностей, сейчас же появляются и «дúхи».

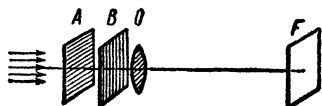


Рис. 99. Скрещенные решетки.

Если взять две дифракционные решетки *A* и *B* (рис. 99) и поставить их так, чтобы их штрихи расположились под прямым углом, то наблюдаемая дифракционная картина получается от суммарного действия обеих решеток. При этом в фокальной плоскости *F* объектива *O* вместо полос получают отдельные правильно расположенные светлые точки (рис. 100). В то время как решетка *A* вызывает появление ряда дифракционных спектров, расположенных сверху вниз, решетка *B* дает аналогичную картину в горизонтальном направлении.

Совместное действие обеих решеток создает ряд светлых пятен, расположенных на плоскости.

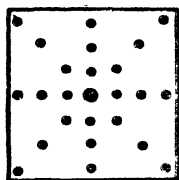


Рис. 100. Дифракция на скрещенных решетках.

Для направлений, соответствующих светлым пятнам, должны одновременно удовлетворяться условия главных максимумов для дифракционных картин, даваемых каждой из решеток. Ведь светлые пятна получаются в местах пересечения светлых полос дифракционных картин от отдельных решеток (правда, не на всех пересечениях). Это условие является необходимым, но, как видно из рис. 100, недостаточным.

Если мы обозначим угол в горизонтальной плоскости между направлением светлого пятна и центральным лучом через φ_1 и такой же угол в вертикальной плоскости — через φ_2 , то одновременно должно быть:

$$(a_1 + b_1) \sin \varphi_1 = m_1 \lambda \quad (7)$$

и

$$(a_2 + b_2) \sin \varphi_2 = m_2 \lambda, \quad (8)$$

где m_1 и m_2 — целые числа, a_1 и b_1 — параметры решетки, дающей горизонтальный спектр (вертикальные щели), a_2 и b_2 — параметры решетки, дающей вертикальный спектр (горизонтальные щели). Для общности мы считали параметры решеток неодинаковыми.

Полотняный носовой платок дает отчетливую дифракционную картину, подобную изображенной на рис. 100, если сквозь него рассматривать удаленную электрическую лампу. Аналогичный эффект дают все плоские экраны, на поверхности которых правильно распределены маленькие отверстия или, наоборот, небольшие непрозрачные элементы.

Во всех таких случаях надо рассматривать отверстия или непрозрачные элементы как источники когерентных колебаний.

Интерференция этих колебаний и дает все наблюдаемые эффекты. Неравномерный характер излучения каждого отдельного источника колебаний накладывается на всю картину и приводит, так же как и в одномерной решетке (§ 28), к исчезновению некоторых максимумов (см., например, рис. 100).

Еще сложнее обстоит дело в случае пространственного расположения объектов, рассеивающих свет, образующих так называемую *пространственную решетку*. Лауэ указал, что кристалл может играть роль дифракционной решетки для рентгеновых лучей. При этом он исходил из гипотезы, что в кристаллах атомы расположены

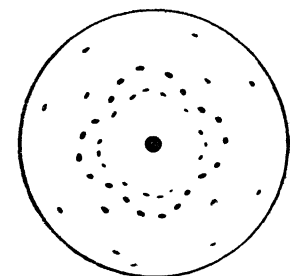


Рис. 101. Рентгенограмма, снятая по методу Лауэ с кристалла хлористого калия.

правильным образом, на строго постоянных расстояниях друг от друга, образуя пространственную решетку, и из предположения, что длины волн рентгеновых лучей того же порядка, что и межуатомные расстояния в кристаллах. Лауэ разработал теорию рассеяния лучей сплошного рентгенового спектра от такой пространственной решетки, и по его предложению Фридрих и Книппинг сделали снимок узкого пучка рентгеновых лучей, пропущенного сквозь кристалл сернистого цинка. На фотографической пластинке, кроме изображения прямого пучка лучей, оказался ряд правильно расположенных пятен, обладающих той же симметрией, что и кристалл сернистого цинка.

На рис. 101 показано расположение дифракционных пятен при рассеянии рентгеновых лучей кристаллом хлористого калия.

Открытие Лауэ сыграло громадную роль как в изучении свойств рентгеновых лучей, так и в изучении строения кристаллов.

В картине дифракции, создаваемой пространственной решеткой, происходит наложение интерференционных картин от трех линейных решеток. Поэтому вместо двух условий (7) и (8) для существования светлого пятна требуется выполнение трех условий.

Рассмотрим прямоугольную пространственную решетку из атомов. Проведем в этой решетке три оси X , Y и Z так, как показано на рис. 102.

Пусть рентгеновы лучи падают параллельно оси Z ; тогда волновые поверхности представляют собой плоскости, параллельные плоскости XY .

Разобьем решетку на ряд плоскостей, унизанных атомами и также параллельных плоскости XY . До всех атомов, лежащих в каждой из таких плоскостей, рентгеновы лучи доходят одновременно. Главные максимумы, получающиеся в результате интерференции колебаний, идущих от атомов одной из таких плоскостей, определяются условиями (7) и (8), так как эти атомы образуют обычную плоскую решетку. Для удобства мы вместо a и b введем c_1 , c_2 и c_3 ($c = a + b$) — расстояния между атомами по осям X , Y и Z . Кроме того, вместо углов φ_1 и φ_2 введем дополнительные углы α_1 и α_2 ; это, очевидно, будут углы между направлением наблюдения и осями X и Y . Тогда условия (7) и (8) можно переписать так:

$$c_1 \cos \alpha_1 = m_1 \lambda, \quad (9)$$

$$c_2 \cos \alpha_2 = m_2 \lambda. \quad (10)$$

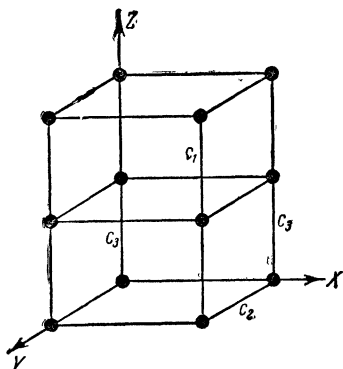


Рис. 102. Пространственная решетка кристалла.

Но надо еще учесть интерференцию колебаний, идущих от разных плоскостей. Если мы рассмотрим колебания, идущие от двух разных плоскостей, параллельных плоскости XY , то заметим одно новое и весьма существенное обстоятельство (рис. 103): падающие на кристалл волны неодновременно доходят до всех этих плоскостей. Например, рассмотрим два атома A и B , лежащих в двух разных плоскостях; до атома A падающая волна дойдет раньше, чем до атома B ; соответственно, атом A начнет рассеивать вторичную волну раньше, чем атом B .

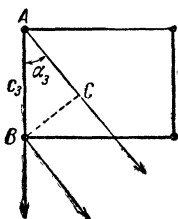


Рис. 103. Разность хода в решетке.

Между вторичными волнами, испущенными атомами A и B , будет существовать начальная разность фаз, определяемая разностью хода AB , равной c_3 . При интерференции эта разность фаз будет играть не меньшую роль, чем разность фаз, возникающая вследствие разности хода AC уже после рассеяния на атомах.

В изображенном на рис. 103 случае разность хода AC будет несколько компенсировать разность хода AB . Чтобы определить

результатирующую разность хода, мы должны из разности хода AB вычесть разность хода AC . Тогда

$$\delta_3 = c_3 - c_3 \cos \alpha_3,$$

где α_3 — угол с осью Z .

Для усиления колебаний и получения светлого пятна эта разность хода, как обычно, должна быть равной целому числу длин волн:

$$c_3 (1 - \cos \alpha_3) = m_3 \lambda. \quad (11)$$

Таким образом, для получения светлого пятна на экране в случае пространственной решетки действительно необходимо выполнение трех условий (9), (10) и (11).

Но, кроме того, углы α_1 , α_2 и α_3 нельзя считать совершенно независимыми друг от друга. Для косинусов таких углов из геометрии известно, что

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1. \quad (12)$$

В результате мы получаем даже слишком много уравнений, связывающих углы α_1 , α_2 , α_3 . При заданной структуре кристалла c_1 , c_2 и c_3 известны. Если мы направляем на кристалл рентгеновы лучи с определенной длиной волны, то и λ известна. Тогда формулы (9)—(12) представляют собой четыре уравнения с тремя неизвестными α_1 , α_2 и α_3 (напомним, что m_1 , m_2 и m_3 — целые числа). Такая система уравнений, вообще говоря, противоречива и имеет решение только при определенных значениях коэффициентов, когда одно из уравнений является следствием других. Физически это значит, что *не при всякой длине волны (λ) будут наблюдаться дифракционные максимумы.*

Из формул (9)—(12) можно определить длины волн, дающие дифракционные максимумы:

$$\lambda = \frac{2 \frac{m_3}{c_3}}{\left(\frac{m_1}{c_1}\right)^2 + \left(\frac{m_2}{c_2}\right)^2 + \left(\frac{m_3}{c_3}\right)^2}. \quad (13)$$

Только длины волн, удовлетворяющие соотношению (13), дают дифракционные картины.

Эти длины волн образуют дискретный ряд λ_1 , λ_2 , λ_3 и т. д., соответствующий разным значениям целых чисел m_1 , m_2 и m_3 и разным их комбинациям. Остальные длины волн будут равномерно рассеиваться кристаллом и дадут непрерывный фон на экране. Таким образом, если мы пустим на кристалл «белый» пучок рентгеновых лучей, содержащих все длины волн, в образовании дифракционной картины будут участвовать только немногие из них. Профессор Московского университета Ю. В. Вульф и Брегг дали простой вывод одной очень важной формулы, широко используемой при исследованиях дифракции рентгеновых лучей.

Разобьем кристалл на ряд параллельных плоскостей, проходящих через узлы решетки. Ясно, что в кристалле можно провести большое число систем параллельных атомных плоскостей, различным образом ориентированных по отношению к решетке кристалла. Пусть падающий луч образует угол ϑ с одной из систем таких плоскостей (рис. 104). Мы будем рассматривать атомные плоскости как прозрачные зеркала, частично пропускающие, частично отражающие рентгеновы лучи. Конечно, отражение рентгеновых лучей есть результат дифракции на атомах. Отраженные лучи, согласно обычному закону отражения, будут образовывать те же углы ϑ с атомными плоскостями. Значит, мы получим ряд параллельных когерентных лучей, сдвинутых по фазе. Из рис. 104 видно, что разность хода между соседними лучами равна $2d \sin \vartheta$, где d — расстояние между атомными плоскостями. Лучи будут усиливать друг друга при разности хода, равной целому числу длин волн, т. е.

$$2d \sin \vartheta = m\lambda. \quad (14)$$

Это соотношение, называемое формулой Вульфа—Брегга, могло быть получено, конечно, и из формул (9) — (12).

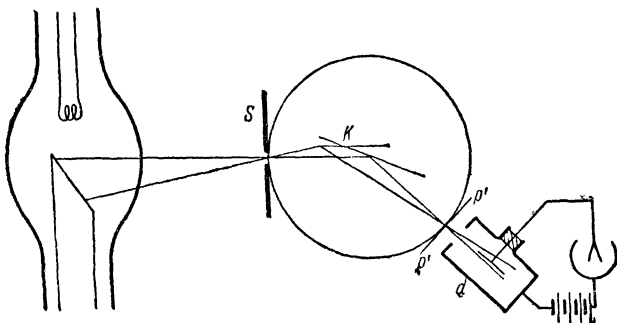


Рис. 105. Рентгеновский спектрограф.

Измерение углов ϑ на фотографиях позволяет находить по формуле (14) величину d , характеризующую структуру кристалла. Наоборот, зная d и измеряя ϑ , можно определить λ .

Брегг построил спектрограф для рентгеновых лучей (рис. 105). В спектрографе пучок лучей, исходящий от фокуса трубки, вырезанный узкой щелью S , падает на грань кристалла K , могущего вращаться вокруг горизонтальной оси. Отраженный луч попадает

в щель ионизационной камеры d (§ 108), могущей вращаться вокруг той же оси.

При попадании пучка рентгеновых лучей в камеру происходит ионизация наполняющего ее газа, газ делается проводящим и через камеру идет ток. Измеряя так или иным способом силу ионизационного тока, можно судить об интенсивности пучка лучей (сила тока прямо пропорциональна этой интенсивности).

Впервые расстояние между атомами в кристалле каменной соли было вычислено просто из плотности этого вещества. Расположение атомов в решетке каменной соли показывает, что на каждую молекулу NaCl приходится объем $d \times d \times 2d$, т. е. $2d^3$ (рис. 106).

Рис. 106. Структура каменной соли.

Объем грамм-молекулы NaCl должен быть равен $2d^3L$, где L — число Авогадро $6,02 \cdot 10^{23}$. Масса грамм-молекулы NaCl равна $23,00 + 35,46 = 58,46$ г. Удельный вес γ каменной соли равен 2,164. С другой стороны, ясно, что

$$\gamma = \frac{58,46}{2d^3L},$$

откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{58,46}{2 \cdot 2,164 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 2,814 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$

На основании формулы (14) были проведены первые определения длин волн рентгеновых лучей. В дальнейшем прямые измерения длин волн, проведенные с обычными оптическими решетками (§ 29), подтвердили правильность этих первых, несколько косвенных определений.

§ 31. Структурный рентгеновский анализ

Рентгеновская дифракционная картина непосредственно связана с внутренней структурой кристалла, т. е. с расположением атомов в кристалле. Эта связь служит основой для рентгеноструктурного анализа. Переход от расположения отдельных пятен к расположению атомов далеко не прост, но здесь огромную помощь оказывает учение гениального русского ученого Е. С. Федорова о внутренней симметрии кристаллов. Сочетание учения Федорова с данными рентгеновского анализа дало возможность выяснить внутреннюю структуру самых сложных кристаллов. Оказалось возможным установить зависимость между структурой кристалла и многими его фи-