

правило, соответствует большему значению показателя преломления, но наблюдается и обратное соотношение (ср. легкий флинт С-16 с тяжелым кроном С-24 или воду с флуоритом).

Обращают на себя внимание чрезвычайно малая дисперсия у твердого тела — флуорита — и чрезвычайно высокая дисперсия у жидкого тела — альфа-бром-нафталина ($C_{10}H_7Br_2$). Обычно дисперсия у жидких тел меньше, чем у твердых.

Наконец, таблица показывает, что у всех приведенных тел дисперсия больше в синем конце спектра, разности $n_G - n_F$, несмотря на малое различие в длинах волн (52 мкм), близки к $n_F - n_D$, соответствующим гораздо большей разнице в длинах волн (108,2 мкм).

Поэтому в синей части и задают два значения показателя преломления n_F и n_G . Стандартной характеристикой преломляющей способности вещества является показатель преломления n_D , измеряемый в желтом свете светящихся паров натрия. Дисперсию же удобно характеризовать разностью $n_F - n_C$, соответствующей почти краям видимого спектра.

§ 43. Молекулярная теория дисперсии

Таким образом, из опыта следует, что показатель преломления не является постоянной величиной, характеризующей вещество, а зависит от длины волны падающего света. Вместе с тем в § 40 мы указали, что показатель преломления n равен корню квадратному из диэлектрической постоянной. Получается на первый взгляд противоречие: одна и та же величина является переменной, и в то же время она остается равной определенной постоянной $\sqrt{\epsilon}$ [формула (2)]. Кроме того, численное значение для n , полученное извлечением квадратного корня из ϵ , резко расходится с экспериментальными данными для твердых тел и совпадает лишь для газов. Например, для воды $n = 1,33$, а не 9, как следовало бы из (2), так как $\epsilon = 80$.

Все эти противоречия разрешаются очень легко, если мы вдумаемся в то, что мы называем диэлектрической постоянной. Формула (2) получена из рассмотрения световой волны как электромагнитного колебания, скорость распространения которого в среде зависит от электрических свойств этой среды. Обычная диэлектрическая постоянная ϵ характеризует свойства среды в условиях постоянного электрического поля. Для ее определения в условиях постоянного поля измеряют, например, емкость конденсатора. Когда сквозь среду проходит свет, то дело обстоит иначе. Среда попадает в быстропеременное поле световой волны. Частота перемен достигает колоссальной величины, равной примерно 10^{15} раз в секунду. Очевидно, что значение ϵ , измеренное в условиях постоянного поля, не будет годиться для случая электрических полей такой частоты. В электростатике мы указали на связь, существующую между диэлектрической постоянной и электрическими свойствами отдельной молекулы

вещества. Молекулу рассматривают как упругий диполь, состоящий из положительного и отрицательного зарядов, между которыми действует квазиупругая сила. В постоянном электрическом поле все молекулы поляризуются; их электрический момент пропорционален величине наложенного поля. Диэлектрическая постоянная зависит от величины этих моментов. В случае быстропеременного электрического поля световой волны элементарные заряды, входящие в состав молекулы, совершают быстрые колебания.

Амплитуда внутримолекулярных колебаний определяет максимальный электрический момент поляризованной молекулы. Так же как и при постоянном поле, электрический момент молекулы определяет величину диэлектрической постоянной. Таким образом, чтобы получить интересующую нас величину диэлектрической постоянной и показатель преломления, необходимо несколько подробнее остановиться на внутримолекулярных колебаниях.

Эти колебания являются типичным примером вынужденных колебаний (т. I, § 114, 1959 г.; в пред. изд. § 110). Поскольку в молекуле отрицательные заряды (электроны) обладают значительно меньшей массой, чем положительные заряды, постольку мы можем считать, что в молекуле происходят колебания отрицательного заряда по отношению к неподвижному положительному¹⁾. Внешней силой в данном случае будет eE , и уравнение движения колеблющейся частицы по аналогии с механическими колебаниями примет следующий вид:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -cx - eE,$$

где $E = E_0 \sin \omega t$ — поле световой волны, ω — частота падающих колебаний, x — смещение электрона, cx — квазиупругая сила.

В случае электростатического поля ускорение электрона $\frac{d^2x}{dt^2}$ равно нулю, и мы получаем обычное соотношение для поляризации:

$$x = \frac{-eE}{c},$$

из которого можно получить формулу для статической диэлектрической постоянной.

В переменном поле электромагнитной волны ускорение электрона уже не равно нулю. Ускорение будет, очевидно, пропорционально (т. I, § 56, 1959 г.; в пред. изд. § 66) квадрату частоты ω^2 входящих колебаний. Так как инертная масса электрона весьма мала, то член $m \frac{d^2x}{dt^2}$, т. е. инерция электрона, начинает играть существенную роль только при значительных частотах.

¹⁾ Однако в дисперсии часто играют роль и колебания более массивных частиц, чем электрон. Мы для простоты ограничиваемся колебаниями электронов.

Решение написанного уравнения имеет следующий вид (т. I, § 61, 1959 г.; в пред. изд. § 71):

$$x = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

где ω_0 — собственная частота молекулы. Введя вместо угловой частоты ω величину ν ($\omega = 2\pi\nu$), соответственно будем иметь:

$$x = \frac{eE}{m 4\pi^2 (\nu_0^2 - \nu^2)}.$$

Электрический момент молекулы выражается произведением смещения внутримолекулярных зарядов x на величину заряда e . Пусть N означает число молекул в единице объема. Тогда поляризация единицы объема среды есть Nxe .

Представим себе конденсатор, между обкладками которого, удаленными на 1 см друг от друга, находится рассматриваемая нами диэлектрическая среда. Благодаря поляризации среды на обкладках конденсатора индуцируются заряды и соответственно увеличивается емкость конденсатора. Число линий электрической индукции, пронизывающих какую-либо параллельную обкладкам площадку в 1 см², равное ϵE , складывается: 1) из линий индукции внешнего наложенного поля E и 2) из тех линий индукции $4\pi Nxe$, которые начинаются на зарядах, индуцированных благодаря поляризации среды на обкладках конденсатора.

Таким образом,

$$\epsilon E = E + 4\pi Nxe.$$

Отсюда

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi Nxe}{E}.$$

Подставляя сюда приведенное выше выражение для смещения x , находим:

$$\epsilon = 1 + \frac{Ne^2}{m\pi(\nu_0^2 - \nu^2)}. \quad (9)$$

Мы получили искомую формулу, связывающую диэлектрическую постоянную с частотой падающих колебаний и с собственной частотой молекул. Мы видим, что действительно диэлектрическая постоянная не является уже постоянной, характеризующей вещество, а зависит от частоты падающих колебаний. По формуле (2) можно написать:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\pi(\nu_0^2 - \nu^2)}. \quad (10)$$

Эту формулу, дающую зависимость показателя преломления от частоты или длины волны, называют *формулой Зельмейера* по

имени исследователя, впервые получившего ее из несколько иных представлений.

Изложенный нами вывод формулы (10) носит несколько формальный характер: не рассмотрена динамика распространения световой волны в веществе, а просто использовано соотношение Максвелла. Динамическая теория преломления имеет более глубокий физический характер, но приводит к сложным математическим преобразованиям. Качественно суть этой теории состоит в следующем.

Падающая световая волна вызывает колебания электрических зарядов в молекулах вещества. Молекулы превращаются в маленькие электрические осцилляторы, излучающие в свою очередь электромагнитные световые волны. Эти вторичные волны, очевидно, когерентны между собой и с первичной волной. Амплитуды и фазы вторичных волн зависят от частоты падающей волны. Проходящая волна представляет собой сумму падающей волны и вторичных волн. В однородном веществе в результате интерференции

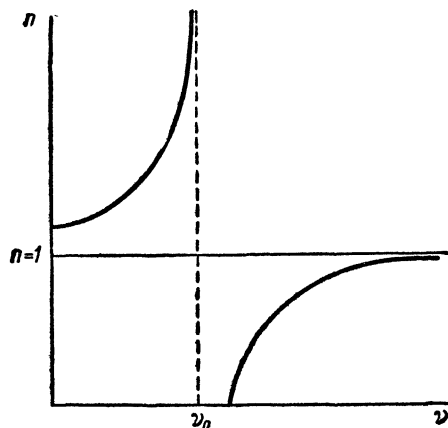


Рис. 160. Зависимость показателя преломления от частоты по формуле Зельмейера.

проходящая волна, идущая в направлении падающей волны, но с измененной скоростью. Интерференция уничтожает волны, идущие в боковых направлениях. Скорость проходящей волны должна зависеть от частоты ввиду указанной зависимости от частоты свойств вторичных волн. В оптически неоднородных средах плотность вторичных излучателей (молекул) распределена неравномерно по фронту волны. Поэтому нарушается интерференционное гашение волн, идущих в боковых направлениях, и появляется рассеянный свет.

Посмотрим теперь, как по формуле (10) должен меняться показатель преломления в зависимости от частоты. Ход n в зависимости от ν изображен на рис. 160. При частоте, равной нулю, n равно $1 + \frac{Ne^2}{4\pi\epsilon_0 m\nu^2}$. С возрастанием ν от 0 до ν_0 показатель преломления n

растет, достигая при ν_0 бесконечного значения. При дальнейшем возрастании частоты n оказывается меньше единицы и стремится с возрастанием ν к единице. Таким образом, с возрастанием ν возрастает и n . Такая зависимость n от ν носит название *нормальной дисперсии*.

На первый взгляд весьма странным является то, что есть область частот, для которой n меньше единицы, т. е. скорость света в среде больше, чем скорость света в пустоте. Чтобы разъяснить это недоразумение, надо вспомнить различие между *фазовой* и *групповой скоростями*, разобранные в т. I, § 65. Когда мы экспериментально определяем скорость света, мы определяем по существу скорость распространения какого-либо сигнала, т. е. группы волн. Следовательно, скорость распространения световой энергии есть скорость групповая. При преломлении, наоборот, играет роль скорость распространения фазы. Ведь при построении преломленных поверхностей по принципу Гюйгенса (§ 25) мы учитывали запаздывание фазы. Следовательно, в показатель преломления входит фазовая скорость. Связь между групповой и фазовой скоростями, как мы видели, выражается следующей формулой (т. I, § 65, 1959 г.; в пред. изд. § 75):

$$v = \frac{u^2}{u - \omega \frac{du}{d\omega}},$$

где v — групповая скорость и u — фазовая скорость. Поскольку при нормальной дисперсии производная $\frac{dn}{d\omega}$ всегда больше нуля, а значит, $\frac{du}{d\omega} < 0$ (так как $n = \frac{c}{u}$), то, следовательно, $u - \omega \frac{du}{d\omega}$ больше u . Следовательно, $v < u$, т. е. скорость распространения энергии меньше фазовой скорости. Таким образом, и в той области частот, где показатель преломления n меньше единицы (и где, следовательно, фазовая скорость u больше, чем скорость света c в пустоте), скорость распространения энергии света v будет все же не больше, чем c .

В реальных телах кривая дисперсии не имеет такого разрыва, который изображен на рис. 161. Дело заключается в том, что в реальных телах происходит поглощение световой энергии — явление, аналогичное трению в механических колебаниях. Это «трение» ограничивает амплитуду внутримолекулярных колебаний (т. I, § 60, 1959 г.; в пред. изд. § 70) и не дает ей стать бесконечной. Поглощение особенно сильно в тех областях, где показатель преломления имеет большое значение. Например, у стекла показатель преломления быстро растет к фиолетовому концу спектра.

Вместе с тем известно, что стекло сильно поглощает ультрафиолетовые лучи. Если изобразить зависимость поглощения от частоты,

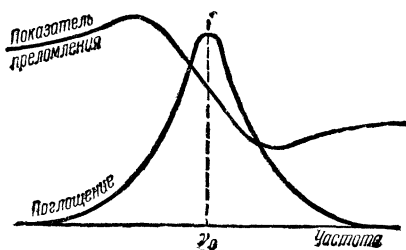


Рис. 161. Зависимость показателя преломления и коэффициента поглощения от частоты.

то мы получим кривую, представленную на рис. 161, имеющую максимум для резонансной частоты. Ниже мы подробнее остановимся на явлении поглощения света; сейчас для нас существенно лишь то влияние, которое наличие поглощения («трение») оказывает на показатель преломления. Вследствие поглощения дисперсионная кривая уже не имеет разрыва (ср. рис. 160 и 161). Появляется область *аномальной дисперсии*. Область аномальной дисперсии замечательна тем, что в ней показатель преломления убывает с возрастанием частоты¹⁾. Экспериментально аномальную дисперсию легко наблюдать в парах металлов.

Д. С. Рождественскому принадлежат классические работы по изучению аномальной дисперсии в парах натрия. Д. С. Рождественский разработал оригинальный интерференционный метод для очень точного измерения показателя преломления паров и при помощи этого метода впервые количественно проверил справедливость формулы (10). При этом оказалось, что формула (10) правильно выражает зависимость n от частоты, но необходимо введение численного коэффициента во втором члене этой формулы, называемого «силой осциллятора». Этот фундаментальный факт нашел свое объяснение только в современной теории, учитывающей квантовые свойства света и атомов (§ 73).

§ 44. Хроматическая абберация. Спектрограф

С практической точки зрения дисперсия может рассматриваться и как полезный, и как вредный эффект. Существование дисперсии крайне вредно с точки зрения оптика-конструктора зрительных приборов и фотоаппаратов и вместе с тем крайне полезно с точки зрения оптика-спектроscописта.

Наличие дисперсии вызывает так называемую *хроматическую абберацию*. Хроматическая абберация заключается в окрашивании изображения. Хроматическая абберация объясняется тем, что фокусное расстояние линзы зависит от показателя преломления стекла, а показатель преломления в свою очередь зависит от частоты падающего света. Лучи с разной частотой будут собираться линзой в разных точках (рис. 162), так что белый предмет приобретает окраску

1) Кундт (1888 г.) впервые обнаружил аномальную дисперсию при измерении показателя преломления в весьма тонких прозрачных призмах из различных металлов (железо, платина и т. д.). Кундт использовал простой метод, применявшийся еще Ньютоном для экспериментального получения кривых дисперсии, изображенных на рис. 160 и 161. Для этой цели достаточно поместить одну за другой две призмы: одну из вещества с нормальной дисперсией, другую — из вещества с аномальной дисперсией, и повернуть эти призмы так, чтобы их преломляющие ребра образовали прямой угол. Тогда одна призма будет разлагать свет в одном направлении, а другая — в другом, перпендикулярном к первому, и мы в результате получим кривую указанного типа.