

Потенциал тяготения, создаваемый массой, равномерно распределенной вне сферы радиуса r , всюду внутри этой сферы постоянен (т. I, § 33, 1959 г.; в пред. изд. § 39).

Подставляя значение m_r в формулу (19) или (19') вместо M , находим, что отклонение гравитационного поля электрона от обычного ньютонова выражения определяется формулой

$$\frac{g}{\frac{K m_r}{r^2}} = 1 - 2 \frac{K m_r}{r c^2} = 1 - 2 \frac{\alpha}{r} \left(1 - \frac{a}{r} \right),$$

где α — гравитационный радиус электрона

$$\left(\alpha = \frac{K m_0}{c^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-8} \cdot 9,1 \cdot 10^{-28}}{9 \cdot 10^{20}} \approx 7 \cdot 10^{-56} \text{ см} \right).$$

Учитывая, что классический электромагнитный радиус электрона $a = \frac{e^2}{2 m_0 c^2}$, предыдущую формулу можно переписать так:

$$\frac{g}{\frac{K m_r}{r^2}} = 1 - \frac{2 K m_0}{c^2 r} + \frac{K e^2}{c^4 r^2}. \quad (20)$$

Это уравнение (при его трактовке, принятой в общей теории относительности) в точности совпадает с уравнением, которое было получено Шварцшильдом.

§ 83. Красное смещение спектральных линий. Поперечный эффект Доплера

Фотон частоты ν^* , обладая массой $\frac{h\nu^*}{c^2}$, имеет в поле тяготения потенциальную энергию $\frac{h\nu^*}{c^2} \Phi$. При движении фотона в вакууме полная энергия фотона (т. е. сумма его электромагнитной и гравитационной энергии) остается постоянной. Но так как потенциальная энергия тяготения отрицательна, то электромагнитная энергия фотона, а стало быть, и частота при удалении фотона от масс, образующих поле тяготения, должны уменьшаться, как уменьшается кинетическая энергия камня, брошенного вверх. По закону сохранения энергии

$$h\nu^* + \frac{h\nu^*}{c^2} \Phi = h\nu_0 + \frac{h\nu_0}{c^2} \Phi_0;$$

следовательно, уменьшение частоты фотона, вызываемое преодолением поля тяготения, т. е. смещение спектральных линий в сторону более длинных волн, при $\left| \frac{\Phi_0}{c^2} \right| \ll 1$ определяется формулой

$$\frac{\nu^* - \nu_0^*}{\nu^*} \approx \frac{\Phi_0 - \Phi}{c^2}. \quad (21)$$

В общей теории относительности, как уже упоминалось, не приходится рассматривать энергию гравитации, так как тяготение трактуется как проявление вблизи массивных тел особых свойств пространства («искривления пространства»). В соответствии с этим в общей теории относительности частота фотона, движущегося в гравитационном поле, считается неизменной. Это не противоречит формуле (21), так как, согласно общей теории относительности, ход часов («время») в поле тяготения замедлен, т. е. длительность любого интервала времени (например, 1 сек) является в поле тяготения увеличенной и как раз пропорционально правой

части формулы (21). Более того, замедление всех периодических процессов (и в этом смысле замедление времени) в поле тяготения определяется по общей теории относительности соотношением, которое в точности компенсирует соотношение (21), т. е. получается из (21) при замене частот на обратные им величины периодов колебаний (T и T_0) и при противоположном знаке левой части:

$$\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Phi_0 - \Phi}{c^2}. \quad (22)$$

Итак, определяя время в соответствии с выводами общей теории относительности, т. е. по формуле (22), надо считать частоту фотона, движущегося в поле тяготения, неизменной (инвариантной).

Однако, согласно общей теории относительности, именно вследствие замедления всех процессов в поле тяготения какой-либо атом, излучающий при определенных условиях вне поля тяготения (при $\Phi=0$) фотон, имеющий период колебания T_0 и частоту ν_0 , при тех же условиях в поле тяготения должен излучать фотон, имеющий по формуле (22) больший период колебаний T и поэтому меньшую частоту ν :

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{\Phi_0 - \Phi}{c^2}. \quad (22')$$

Таким образом, согласно общей теории относительности, красное смещение спектральных линий объясняется не уменьшением частоты фотона от ν^* до ν_0^* , когда фотон при своем движении преодолевает поле тяготения [формула (21)], а влиянием поля на инвариантную (при движении в поле) частоту ν фотонов, излучаемых атомами [формула (22')].

Чтобы пояснить формулу (22'), вспомним, что по квантовым законам излучения частота кванта пропорциональна разности энергий стационарных состояний атома до и после излучения: $h\nu = E_1 - E_2$. Но эти значения энергии по закону $E = mc^2$ в поле тяготения уменьшены в сравнении со значениями энергии E_1^0 и E_2^0 тех же стационарных состояний атома вне поля тяготения, причем они уменьшены пропорционально гравитационному изменению массы атома, а именно согласно формуле (18') в отношении

$$\frac{1}{1 - \frac{\Phi}{c^2}}, \quad \text{т. е. } E_1 = \frac{E_1^0}{1 - \frac{\Phi}{c^2}} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{E_2^0}{1 - \frac{\Phi}{c^2}}.$$

Стало быть, в том же отношении в поле тяготения уменьшена частота излучаемого кванта, что и приводит к формуле (22'):

$$h\nu = E_1 - E_2 = \frac{E_1^0 - E_2^0}{1 - \frac{\Phi}{c^2}} = \frac{h\nu_0}{1 - \frac{\Phi}{c^2}},$$

или

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = - \frac{\Phi}{c^2}.$$

Потенциал тяготения на поверхности Земли мал в сравнении с потенциалом на поверхности Солнца. Поэтому, применяя формулу (22') к спектру Солнца, наблюдаемому с поверхности Земли, можно положить $\Phi_0 \approx 0$ и $\Phi = -K \frac{M}{R}$, где M и R — масса и радиус Солнца; тогда

$$\lambda - \lambda_0 = K \frac{M}{R} \lambda_0 \approx 2,12 \cdot 10^{-6} \lambda_0.$$

Так как длины волн видимого света составляют несколько тысяч ангстрем, то вызванное полем тяготения Солнца красное смещение спектральных линий

имеет порядок всего сотой доли ангстрема. В 30 раз больше (и поэтому с большей точностью было наблюдеено) красное смещение спектральных линий спутника Сириуса — слабой звезды, которая имеет радиус, в 36 раз меньший, чем радиус Солнца, а массу, равную 0,85 солнечной (плотность этой звезды необычайно велика и достигает $5 \text{ т на } 1 \text{ см}^3$).

Соображения, аналогичные тем, которые приведены выше для пояснения формулы (22'), указывают, что частота излучаемого света должна зависеть также от скорости движения атома, причем эта зависимость частоты от скорости имеет иное происхождение, чем обычный эффект Доплера (т. I, § 69, 1959 г.; в пред. изд. § 79 и т. III, § 7). Чтобы разобраться в этом, сопоставим излучение какого-либо атома, неподвижного относительно наблюдателя, и того же атома при тождественном квантовом переходе, движущегося мимо наблюдателя со скоростью v по прямой, перпендикулярной к наблюдаемому лучу. Согласно формуле (5) масса атома, движущегося со скоростью v , в любом стационарном состоянии больше массы неподвижного атома в отношении $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; в том же

отношении находятся и полные энергии движущегося и неподвижного атомов:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Но поскольку нас интересует излучение фотонов, происходящее за счет изменения внутренней энергии атома, а не за счет энергии переносного движения, мы должны рассмотреть зависимость от скорости только квантовопревращаемой части энергии. Для случая очень больших скоростей (более или менее близких к c) кинетическая энергия поступательного движения, согласно формуле (6), равна mv^2 и квантовопревращаемая часть внутренней энергии атома будет ¹⁾

$$E_n = E - E_{\text{кин}} = m(c^2 - v^2).$$

¹⁾ При любой скорости движения эта величина представляет собой разность между энергией покоя $m_0 c^2$ и так называемым кинетическим потенциалом

$$m_0 c^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right).$$

В классической механике компоненты количества движения материальной точки равны частным производным от кинетической энергии по соответствующей компоненте скорости:

$$mv_x = \frac{\partial E_{\text{кин}}}{\partial v_x} \text{ и т. д.} \quad (*)$$

Вследствие зависимости массы от скорости в релятивистской механике соотношения (*) несправедливы; они заменяются аналогичными, в которых, однако, производные берутся не от кинетической энергии, а от кинетического потенциала, что и служит определением кинетического потенциала. При вычитании из кинетического потенциала потенциальной энергии получается величина, которую называют релятивистским лагранжианом.

Импульс излучаемого фотона создается за счет изменения импульса излучающего атома. Это и соответствует тому, что излучение происходит за счет указанной в тексте энергии $m(c^2 - v^2)$.

Если игнорировать указанное обстоятельство и, воображая себя движущимся вместе с излучающим атомом, считать, что излучение фотона происходит за счет уменьшения энергии покоя, то становится обязательным пользоваться релятивистским представлением о замедлении времени в движущихся системах [формула (17) § 7]. При интерпретации, данной в тексте § 83 и 98, необходимость обращаться к представлению об относительности времени отпадает.

Но так как

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то

$$E_n = m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (23)$$

Мы видим, таким образом, что хотя полная энергия атома возрастает со скоростью движения пропорционально росту массы, но квантовопревращаемая часть энергии, напротив, в той же пропорции уменьшается:

$$E_n = E_n^0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (23')$$

Отсюда следует, что в той же пропорции энергия и частота ν фотона, излучаемого движущимся атомом, меньше, чем энергия и частота ν^0 фотона, излучаемого при тождественном квантовом переходе неподвижным атомом:

$$h\nu = E_1 - E_2 = (E_1^0 - E_2^0) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = h\nu^0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

т. е.

$$\nu = \nu^0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (24)$$

Это уменьшение частоты спектральных линий при возрастании скорости называют *поперечным эффектом Доплера*. В отличие от обычного эффекта Доплера в этом случае смещение спектральных линий зависит не от первой степени отношения скорости движения v к скорости света, а от квадрата этого отношения; поэтому смещение линий, вызываемое поперечным эффектом Доплера, наблюдается только при больших скоростях движения. Указанное явление впервые было подтверждено экспериментально в 1938 г. (§ 7).

В теории относительности соотношение (24) получается как следствие замедления всех периодических процессов (замедления времени) в движущихся системах, т. е. как самоочевидное следствие формулы (17) § 7.

§ 84. Влияние гравитационного поля на скорость света в вакууме и показатель преломления вакуума

Скорость света c , квадрат которой является коэффициентом пропорциональности в законе $E = mc^2$ (при обеих указанных выше трактовках этого закона) и которая входит во все предыдущие уравнения этой главы, представляет собой скорость распространения энергии электромагнитного излучения в вакууме, совпадающую с фазовой скоростью света в вакууме при исчезающе малой напряженности гравитационного поля. В отличие от этой универсальной константы фазовая скорость света в вакууме при наличии гравитационного поля не является строго постоянной величиной, но несколько уменьшается при возрастании гравитационного потенциала. Для вывода зависимости фазовой скорости света и показателя преломления вакуума от гравитационного потенциала рассмотрим парадокс равновесия лучистой энергии в поле тяжести.

Представим себе, что внутри высокого закрытого сверху и снизу цилиндра с непроницаемыми для тепла стенками, расположенного вертикально в гравитационном поле, содержится равновесное (черное) излучение при температуре T . По закону пропорциональности энергии и массы излучение обладает массой, а