Но так как

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

то

$$E_n=m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{23}$$

Мы видим, таким образом, что хотя полная энергия атома возрастает со скоростью движения пропорционально росту массы, но квантовопревращаемая часть энергии, напротив, в той же пропорции уменьшается:

$$E_n=E_n^0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{23'}$$

Отсюда следует, что в той же пропорции энергия и частота ν фотона, излучаемого движущимся атомом, меньше, чем энергия и частота ν^0 фотона, излучаемого при тождественном квантовом переходе неподвижным атомом:

$$h\nu=E_1-E_2=(E_1^0-E_2^0)\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=h\nu\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

т. е.

$$\nu=\nu^0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{24}$$

Это уменьшение частоты спектральных линий при возрастании скорости называют *поперечным эффектом Доплера*. В отличие от обычного эффекта Доплера в этом случае смещение спектральных линий зависит не от первой степени отношения скорости движения v к скорости света, а от квадрата этого отношения; поэтому смещение линий, вызываемое поперечным эффектом Доплера, наблюдается только при больших скоростях движения. Указанное явление впервые было подтверждено экспериментально в 1938 г. (§ 7).

В теории относительности соотношение (24) получается как следствие замедления всех периодических процессов (замедления времени) в движущихся системах, т. е. как самоочевидное следствие формулы (17) § 7.

§ 84. Влияние гравитационного поля на скорость света в вакууме и показатель преломления вакуума

Скорость света c, квадрат которой является коэффициентом пропорциональности в законе $E=mc^2$ (при обеих указанных выше трактовках этого закона) и которая входит во все предыдущие уравнения этой главы, представляет собой скорость распространения энергии электромагнитного излучения в вакууме, совпадающую с фазовой скоростью света в вакууме при исчезающе малой напряженности гравитационного поля. В отличие от этой универсальной константы фазовая скорость света в вакууме при наличии гравитационного поля не является строго постоянной величиной, но несколько уменьшается при возрастании гравитационного потенциала. Для вывода зависимости фазовой скорости света и показателя преломления вакуума от гравитационного потенциала рассмотрим парадокс равновесия лучистой энергии в поле тяжести.

Представим себе, что внутри высокого закрытого сверху и снизу цилиндра с непроницаемыми для тепла стенками, расположенного вертикально в гравитационном поле, содержится равновесное (черное) излучение при температуре T. По закону пропорциональности энергии и массы излучение обладает массой, а

следовательно, весом; стало быть, верхние слои излучения давят на нижние и поэтому давление и плотность излучения внизу будут больше, чем наверху.

Если h — высота рассматриваемого столба излучения и $\bar{u}$ — средняя по вертикали плотность излучения (которую приближенно мы примем равной среднеарифметическому значению плотностей излучения в верхнем и нижнем слоях), то давление, создаваемое весом столба излучения в равновесном гравитационном поле при ускорении тяжести g, т. е. превышение давления внизу p_2 над давлением наверху p_1, равно $\frac{\bar{u}}{c^2} gh = \frac{\bar{u}}{c^2} \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ — положительная разность гравитационных потенциалов: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, т. е.

$$p_2 = p_1 + \frac{\bar{u}}{c^2} \Delta\varphi.$$

Из уравнений Максвелла строго вытекает, что давление равновесного излучения равно одной трети плотности излучения. Следовательно,

$$\frac{1}{3} u_2 = \frac{1}{3} u_1 + \frac{u_2 + u_1}{2c^2} \Delta\varphi,$$

откуда

$$u_2 \left(\frac{1}{3} - \frac{\Delta\varphi}{2c^2} \right) = u_1 \left(\frac{1}{3} + \frac{\Delta\varphi}{2c^2} \right),$$

или

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{\Delta\varphi}{2c^2}}{\frac{1}{3} - \frac{\Delta\varphi}{2c^2}} \approx 1 + 3 \frac{\Delta\varphi}{c^2}. \qquad (\alpha)$$

Итак, вследствие весомости излучения плотность равновесного излучения в гравитационном поле в нижних слоях, несомненно, превышает плотность излучения в верхних слоях и отношение $\frac{u_2}{u_1}$ определяется формулой (α). Но это заключение находится в обманчивом противоречии с законом Стефана — Больцмана (т. I, § 90, 1959 г.; в пред. изд. § 94 и т. III, § 49), согласно которому плотность равновесного излучения пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры, а температура при термодинамическом равновесии, понятно, одинакова для всех значений гравитационного потенциала и поэтому казалось бы, что и плотность должна быть одинаковой.

Дело в том, что при термодинамическом выводе закона Стефана — Больцмана приходится рассматривать работу расширения лучистой энергии, причем игнорируется факт весомости излучения и в связи с этим не принимается во внимание работа против силы тяжести. Поэтому упускается из виду, что коэффициент пропорциональности в законе Стефана — Больцмана $a = \frac{u}{T^4}$ зависит от гравитационного потенциала. Закон Стефана — Больцмана можно вывести также, интегрируя уравнение Планка (§ 49) по всем длинам волн при $T = \text{const}$. Тогда для константы закона Стефана — Больцмана получается нижеследующее выражение, содержащее фазовую скорость света c:

$$a = \frac{a_0}{c^3},$$

где $a_0 = 1{,}0823 \frac{48\pi k^4}{h^3}$ (здесь k—постоянная Больцмана и h—постоянная Планка).

Из указанного выражения коэффициента пропорциональности a в законе Стефана — Больцмана следует, что при рассмотренном нами равновесии черного

излучения в гравитационном поле, вследствие несомненного равенства температур, плотности излучения в нижнем и верхнем слоях должны быть обратно пропорциональны кубу отношения фазовых скоростей света:

$$\frac{u_2}{u_1}=\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^3. \qquad (\beta)$$

Это уравнение согласуется с уравнением (α) только в том случае, если признать, что фазовая скорость света c_2 уменьшается под влиянием гравитационного поля. Из (α) и (β) получаем:

$$\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^3 \approx 1+3\frac{\varphi_1-\varphi_2}{c^2},$$

или

$$\frac{c_1-c_2}{c_2} \approx \frac{\varphi_1-\varphi_2}{c^2}. \qquad (25)$$

Вводя показатели преломления вакуума в гравитационном поле $n_1=\frac{c}{c_1}$ и $n_2=\frac{c}{c_2}$, предыдущую формулу можно переписать так:

$$\frac{n_2-n_1}{n_1} \approx \frac{\varphi_1-\varphi_2}{c^2}. \qquad (25')$$

Уравнение (25′), если в нем положить $\varphi_1=0$ и соответственно $n_1=1$, показывает, что превышение показателя преломления вакуума над единицей пропорционально гравитационному потенциалу: $n-1 \approx K\frac{M}{rc^2}$. Вблизи поверхности Солнца показатель преломления вакуума имеет величину 1,00000424.

Вследствие весомости света световые лучи, посылаемые какой-либо звездой и проходящие вблизи Солнца, должны отклоняться от первоначального направления на некоторый угол, который нетрудно вычислить из условия, что момент количества движения световых частиц относительно Солнца остается постоянным. Этот угол равен $0{,}83''\frac{R}{r}$, где R—радиус Солнца и r ($>R$)—кратчайшее расстояние от центра Солнца до светового луча. Но вследствие возрастания показателя преломления вакуума при приближении к Солнцу, т. е. вследствие оптической неоднородности вакуума вблизи Солнца (напоминающей оптическую неоднородность земной атмосферы, § 14), угол отклонения лучей Солнцем оказывается, как показывают вычисления на основе формулы (25′), в 2 раза большим и равным $1{,}75''\frac{R}{r}$.

Отклонение лучей в гравитационном поле, предсказанное теоретически Эйнштейном в 1915 г., было подтверждено наблюдениями, сделанными в 1919, 1922 гг. и последующих годах при полных солнечных затмениях.