§ 114. Полуэмпирическая формула для энергии ядерной связи и для атомных энергий и масс

Для ядерных расчетов большое значение имеет формула Вайцзеккера, позволяющая с достаточной точностью вычислять массы и внутренние энергии атомов по их составу. Приведем вкратце ее обоснование.

Как было пояснено в предыдущем параграфе, внутренняя энергия атома (ядра) равна собственной энергии нуклонов за вычетом полной энергии W их связи в ядре:

$$E=[(m_p+m_e)Z+m_n(A-Z)]c^2-W. \qquad (а)$$

В первом приближении, но еще со значительной ошибкой ΔW_1, *энергия связи разных ядер пропорциональна числу нуклонов* A:

$$W=a_1A+\Delta W_1, \qquad (б)$$

где a_1 — коэффициент пропорциональности, который, как и последующие коэффициенты, определяется сопоставлением формулы с экспериментальными данными.

Кулоновское отталкивание Z протонов в ядре нарушает пропорциональность энергии связи числу нуклонов, так как оно уменьшает энергию связи на величину, пропорциональную квадрату заряда ядра (т. е. пропорциональную Z^2) и обратно пропорциональную радиусу ядра. Поскольку плотность атомных ядер приблизительно одинакова, то ядерный радиус пропорционален кубическому корню из числа нуклонов. Поэтому, учитывая кулоновскую энергию взаимного отталкивания протонов, которая *уменьшает энергию связи*, можно принять:

$$\Delta W_1=-a_2\frac{Z^2}{A^{1/3}}+\Delta W_2. \qquad (в)$$

Нуклоны, находящиеся в поверхностном слое ядра, имеют меньшую энергию связи с ядром, чем находящиеся внутри ядра. Число этих нуклонов пропорционально поверхности ядра, т. е. квадрату ядерного радиуса, или $A^{\frac{2}{3}}$. Учитывая это уменьшение энергии связи, можно принять:

$$\Delta W_2=-a_3A^{\frac{2}{3}}+\Delta W_3. \qquad (г)$$

Наибольшей устойчивостью, т. е. *наибольшей энергией связи отличаются ядра* (не слишком тяжелые), *у которых число протонов и нейтронов приблизительно одинаково,* т. е. $Z\approx\frac{1}{2}A$. При отклонении от приблизительного равенства числа протонов и нейтронов в ту или другую сторону обнаруживается уменьшение энергии связи ядра, и при более или менее значительных отступлениях от соотношения $Z \approx \frac{1}{2} A$ ядро оказывается неустойчивым. Каковы бы ни были причины этого факта (они пояснены в § 115), его следует учесть для уточнения величины энергии связи ядра. Поскольку *понижение устойчивости ядра при значительных отклонениях разности* $\frac{1}{2} A - Z$ *от нуля не зависит от знака этой разности и сказывается тем меньше, чем тяжелее ядро*, то можно принять:

$$\Delta W_3 = -a_4 \frac{\left(\frac{1}{2}A - Z\right)^2}{A} - \Delta. \tag{д}$$

Выражение (д) может быть обосновано строже (на основе статистики Ферми), как следствие того, что *кинетическая энергия нуклонов минимальна при равенстве чисел нейтронов и протонов*[1]).

В приведенных соображениях еще не было учтено *влияние полуцелого спина нуклонов*. Возможные ориентации спинов, как показывают квантовомеханические соображения, должны влиять на энергию связи ядра в противоположные стороны, когда Z и A четные и когда Z нечетное, а A четное. Член Δ в выражении энергии связи должен зависеть, таким образом, от четности или нечетности чисел Z и A.

Суммируя уравнения (а) — (д) получаем уравнение для энергии E атома; разделив его почленно на c^2, приходим к формуле для массы атома; она дает наилучшее согласие с данными опыта при

$$a_1 = 14{,}0 \text{ Мэв}, \quad a_3 = 13{,}0 \text{ Мэв},$$

$$a_2 = 0{,}574 \text{ Мэв}, \quad a_4 = 72{,}4 \text{ Мэв}.$$

---

[1]) Кинетическая энергия нуклонов в ядре по статистической теории Ферми пропорциональна сумме чисел нейтронов и протонов, взятых в степени $n = \frac{5}{3}$:

$$E_{\text{кин}} = \text{const}\,[(A - Z)^n + Z^n];$$

поэтому $E_{\text{кин}}$ имеет наименьшую величину, когда $A - Z = Z$. Если бы можно было рассматривать $E_{\text{кин}}$ как непрерывную функцию Z, то при

$$(A - Z) + Z = A = \text{const}$$

из условия минимума, т. е. из уравнения

$$\frac{\partial E_{\text{кин}}}{\partial Z} = 0,$$

мы получили бы

$$n\,[-(A - Z)^{n-1} + Z^{n-1}] = 0,$$

откуда

$$A - Z = Z, \text{ т. е. } Z = \frac{1}{2} A.$$

Таким образом, получаются следующие формулы для вычисления (по Z и A) энергии связи W, полной энергии[1]) E и массы M атома:

$$W_{Мэв}=14{,}0A-0{,}574\frac{Z^2}{A^{1/3}}-13{,}0A^{\frac{2}{3}}-72{,}4\frac{\left(\frac{1}{2}A-Z\right)^2}{A}-\Delta; \qquad (32)$$

$$E_{Мэв}=939{,}53A-0{,}789Z-W; \qquad (33)$$

$$M=0{,}993905A-0{,}00085Z+0{,}000627\frac{Z^2}{A^{1/3}}+$$
$$+0{,}014A^{\frac{2}{3}}+0{,}078\frac{\left(\frac{1}{2}A-Z\right)^2}{A}+\delta. \qquad (34)$$

В этих формулах спиновые поправки δ и Δ определяются следующими выражениями: $\Delta=931{,}15\delta$,

$$\text{где } \delta=\begin{cases} +0{,}036\dfrac{1}{A^{3/4}}, & \text{когда } A \text{ четное, } Z \text{ нечетное;}\\ -0{,}036\dfrac{1}{A^{3/4}}, & \text{когда } A \text{ четное, } Z \text{ четное;}\\ 0, & \text{когда } A \text{ нечетное, } Z \text{ любое} \end{cases}$$

$(931{,}15\cdot 0{,}036=33{,}5)$.

Значения массы атомов, вычисленные по формуле (34), отличаются от найденных экспериментально (кроме масс легчайших атомов) не более чем в пятой значащей цифре, о чем свидетельствует приводимая таблица:

Атом	Значение массы	
	эксперимен-тальное	вычисленное по формуле (34)
Кислород $_8O^{16}$ . . .	16,000	15,996
Хром $_{24}Cr^{52}$	51,956	51,958
Молибден $_{42}Mo^{98}$ . .	97,943	97,946
Золото $_{79}Au^{197}$ . . .	197,04	197,04
Уран $_{92}U^{238}$	238,12	238,12

§ 115. Взаимосвязь энергии и строения ядер. Внутриядерное движение нуклонов и нуклонные оболочки. Спины и магнитные моменты ядер

1. Направление радиоактивных превращений (сопоставление изобарных ядер). Пользуясь поясненной в предыдущем параграфе формулой $E=f(A, Z)$ и положением, что самопроизвольное превра-

[1]) По (а) собственная энергия элементарных частиц в атоме равна $[m_nA-(m_n-m_p-m_e)Z]c^2$, что, согласно численным данным на стр. 574, и приводит к (33).