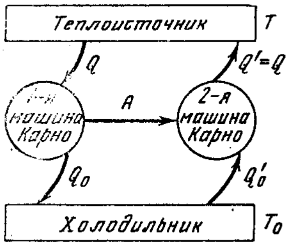

Рис. 8. Термодинамическая схема двух сопряженных машин Карно

у теплоисточника, и, следовательно, отдает холодильнику меньше тепла, чем вторая: $Q_0 < Q_0'$. Поступим так: направим работу, производимую первой машиной, на то, чтобы заставить рабочее тело второй машины описывать цикл Карно в обратном направлении (причем оно будет вследствие расширения при температуре T_0 забирать у холодильника тепло Q_0 и вследствие сжатия при T отдавать теплоисточнику тепло Q). Иначе говоря, используем первую машину как двигатель и заставим вторую работать как холодильную машину, потребляющую на каждый цикл работу A' и переносящую тепло Q_0' от холодного тела к нагретому, причем это нагретое тело, являющееся для первой машины теплоисточником, получает сверх теплоты Q_0 еще теплоту за счет подводимой работы; всего за цикл оно получает тепло $Q' = Q$. На рис. 8 представлена схема двух сопряженных указанным образом машин Карно. Согласно сделанному нами допущению $A > A'$, и, стало быть, в итоге совокупность обеих машин за каждый цикл даст работу, равную положительной разности $A - A'$, а холодильник потеряет теплоту, эквивалентную этой работе $A - A'$ (действительно, от первой машины холодильник получает тепло Q_0, а второй отдает большее количество тепла Q_0', т. е. в итоге холодильник теряет тепло $Q_0' - Q_0$; но $A = Q - Q_0$ и $A' = Q' - Q_0'$, и поскольку $Q = Q'$, то $Q_0' - Q_0 = A - A'$). Что же касается теплоисточника, то его состояние не изменяется, так как первой машине он отдает столько же тепла, сколько получает от второй. Таким образом, никакой компенсации превращения тепла в работу здесь нет, т. е. указанное сочетание двух машин Карно представляло бы собой перпетуум-мобиле второго рода. Мы пришли к противоречию со вторым началом термодинамики, что указывает на неправильность сделанного допущения о неравенстве к.п.д. рассмотренных машин. Строго говоря, мы убедились пока только в том, что к.п.д. первой машины, с идеальным газом в качестве рабочего тела, не может быть больше (как мы это сначала допустили), чем к.п.д. второй машины. Но не может ли он оказаться меньше, чем у второй машины? Допустим, что это так. Тогда машину с идеальным газом в качестве рабочего тела мы заставим работать как холодильную, а машину с произвольным рабочим телом используем как двигатель. Все приведенные рассуждения остаются в силе, только вторую машину мы будем теперь именовать первой, а машину, работающую на идеальном газе, второй. Мы опять придем к противоречию со вторым началом. Стало быть, *к.п.д. машины Карно с идеальным газом в качестве рабочего тела не может быть ни больше, ни меньше, чем к.п.д. аналогичной машины, работающей между теми же пределами температур, но имеющей в качестве рабочего тела не идеальный газ, а любое вещество.*

3.4. Коэффициент полезного действия любого обратимого цикла

Принцип Карно сыграл ведущую роль в развитии научных основ теплотехники. На основе этого принципа стало ясно, что для повышения к.п.д тепловых машин важно идти по пути расширения температурных пределов, между которыми происходит цикл рабочего тела, тогда как замена одного

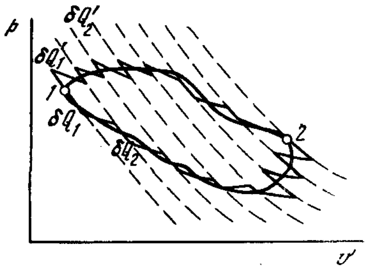

Рис. 9. Схема термодинамического цикла (к доказательству теоремы Карно)

рабочего вещества другим сама по себе не может дать никаких выгод. Вообще говоря, форма цикла сказывается на величине к.п.д. *При заданных температурных пределах цикл Карно в сравнении со всеми остальными циклами обратимых машин дает наибольший к.п.д.*

Эта важная теорема может быть доказана посредством следующего рассуждения. Прежде всего обратим внимание на одно следствие из выражения (3.3) для к.п.д. цикла Карно. А именно из соотношения

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}$$

получается, что

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{T_0}{T},$$

и, стало быть,

$$\frac{Q}{T} = \frac{Q_0}{T_0}, \tag{3.5}$$

т. е. *отношение изотермических теплот равновесного перехода с одной адиабаты на другую к абсолютной температуре, при которой этот переход производится, одинаково для всех изотерм* и, следовательно, зависит только от удаленности друг от друга рассматриваемых адиабат.

Для наглядности допустим, что некоторый интересующий нас цикл, описываемый рабочим телом машины, имеет, например, вид, изображенный на рис. 9. Рассечем этот цикл сетью адиабат, проведенных на таком расстоянии друг от друга, чтобы для всех смежных друг с другом адиабат имело место равенство

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} = \frac{\delta Q_2}{T_2} = \frac{\delta Q_3}{T_3} = \ldots, \tag{3.6а}$$

где δQ_1, δQ_2, δQ_3, ...— теплоты изотермического перехода от одной адиабаты к соседней, а T_1, T_2, T_3, ...— абсолютные температуры, при которых этот переход производится. Если адиабаты проведены так, что равенство (3.6а) соблюдено для температур, которые характеризуют ход нижней половины цикла, то в силу соотношения (3.5) равенство, аналогичное (3.6а), окажется действительным и для отрезков изотерм, передающих ход верхней половины цикла:

$$\frac{\delta Q_1'}{T_1'} = \frac{\delta Q_2'}{T_2'} = \frac{\delta Q_3'}{T_3'} = \ldots, \tag{3.6б}$$

причем члены обеих строчек равенства (3.6а) и (3.6б) одинаковы:

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} = \frac{\delta Q_1'}{T_1'} \tag{3.6в}$$

(отношение сообщаемой телу теплоты к абсолютной температуре тела называют *приведенной теплотой*). На рис. 9 представлена схема расчленения некоторого цикла на чередующиеся отрезки адиабат и изотерм. При бесконечно большом числе адиабат ломаные линии, построенные из отрезков адиабат и изотерм, могут быть приведены к сколь угодно близкому соответствию с любой формой цикла.

Теплоту Q, получаемую рабочим телом от теплоисточников различной температуры, можно рассматривать как сумму теплот изотермических переходов от одной адиабаты к смежной вдоль всей верхней половины цикла:

$$Q = \delta Q_1' + \delta Q_2' + \delta Q_3' + \ldots$$

Перепишем это равенство, умножив и разделив каждый член на абсолютную температуру, при которой производится переход на смежную адиабату:

$$Q = T_1' \frac{\delta Q_1'}{T_1'} + T_2' \frac{\delta Q_2'}{T_2'} + T'_3 \frac{\delta Q_3'}{T_3'} + \ldots,$$

или, учитывая соотношение (3.6а)

$$Q = (T_1' + T_2' + T_3' + \ldots) \frac{\delta Q_1'}{T_1'}.$$

Аналогично теплоту Q_0, которую рабочее тело отдает холодильникам разной температуры, можно рассматривать как сумму теплот изотермических переходов от одной адиабаты к другой вдоль всей нижней половины цикла:

$$Q_0 = \delta Q_1 + \delta Q_2 + \delta Q_3 + \ldots$$

Придав этому равенству вид

$$Q_0 = T_1 \frac{\delta Q_1}{T_1} + T_2 \frac{\delta Q_2}{T_2} + T_3 \frac{\delta Q_3}{T_3} + \ldots$$

и учитывая соотношение (3.6б), получаем

$$Q_0 = (T_1 + T_2 + T_3 + \ldots) \frac{\delta Q_1}{T_1}.$$

Подставив найденные выражения для теплот Q и Q_0 в формулу (3.3) и учтя (3.6в), после преобразования найдем

$$\eta = \frac{T_{ср}^{теплоист} - T_{ср}^{хол}}{T_{ср}^{теплоист}}, \qquad (3.3'')$$

где

$$T_{ср}^{теплоист} = \frac{1}{n} (T_1' + T_2' + \ldots + T_n')$$

— среднеарифметическая абсолютная температура n отрезков изотерм, передающих ход верхней половины цикла, или, иначе говоря, средняя абсолютная температура теплоисточников. Аналогично

$$T_{ср}^{хол} = \frac{1}{n} (T_1 + T_2 + \ldots + T_n)$$

есть среднеарифметическая абсолютная температура n отрезков изотерм, передающих ход нижней половины цикла, т. е. средняя абсолютная температура холодильников.

Уравнение (3.3″) является удобным обобщением уравнения Карно. Оно применимо к циклу любой формы вне зависимости от свойств рабочего тела. Уравнение (3.3″), в частности, показывает, что при заданных температурных пределах, между которыми осуществляется цикл, к.п.д. цикла тем больше чем ближе средняя температура теплоисточников к температуре наиболее горячего из них и чем ближе средняя температура холодильников к температуре наиболее холодного из них (в этом случае отношение $T_{\text{ср}}^{\text{теплоист}}$ минимально и величина η максимальна). Отсюда очевидно, что цикл Карно обладает наибольшим к.п.д., чем все остальные циклы (в тех же температурных пределах).

Здесь следует упомянуть, что форма некоторых циклов иногда позволяет одни и те же тела промежуточной температуры использовать в одной половине цикла как теплоисточники, а в другой половине цикла — как холодильники. Такая *регенерация* тепла повышает к.п.д. цикла и приближает цикл по его свойствам к циклу Карно.

3.5. Энтропия как сумма приведенных теплот. Аналитические формулировки второго начала

Обратимся снова к рис. 9. Верхнюю и нижнюю половины изображенного на этом рисунке цикла мы можем рассматривать как два пути перехода из состояния *1* в *2*. Теплота, которую нужно сообщить телу, чтобы перевести его из состояния *1* в *2* по одному из этих путей, например по верхней ветви цикла, не равна теплоте, которую потребовалось бы сообщить телу, чтобы перевести его из *1* в *2* по другому пути, например по нижней ветви цикла ($Q \neq Q_0$). Но, как уже было отмечено, теплоты изотермического перехода от одной адиабаты к смежной адиабате, разделенные на абсолютные температуры, при которых этот переход производится, равны друг другу для обеих ветвей цикла (3.6в), так что (как бы ни были проведены адиабаты) всегда для обеих сопоставляемых ветвей цикла будут иметь место соотношения

$$\frac{\delta Q_1'}{T_1'} = \frac{\delta Q_1}{T_1}, \qquad \frac{\delta Q_2'}{T_2'} = \frac{\delta Q_2}{T_2} \quad \text{и т. д.}$$

Отсюда следует, что величина суммы (или, в пределе, интеграла) приведенных теплот

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

не зависит от пути процесса, так как для обоих сопоставляемых путей перехода, выбранных, очевидно, произвольно, указанная сумма (в соответствии с числом адиабат, пересекающих оба пути перехода) содержит одинаковое число попарно равных друг другу членов.

Важно помнить, что в изложенных рассуждениях речь шла о равновесных (обратимых) процессах. Если тело проходит через ряд неравновесных состояний, то графически изобразить такой процесс нельзя. Понятно также, что в случае неравновесного (например, самопроизвольно протекающего) процесса нельзя безоговорочно вводить в рассмотрение, как это мы делали, осуществление того же процесса в обратной последовательности всех пройденных телом состояний.

Выведенную нами из принципа Карно теорему, что *для равновесных процессов сумма приведенных теплот не зависит от пути процесса*, можно было бы принять в качестве исходного положения как простейшую аналитическую формулировку второго начала (в нашем обзоре — восьмая формулировка):

По предложению Клаузиуса сумму приведенных теплот для любого равновесного перехода из состояния *1* в *2* называют энтропией S тела в состоянии *2* по отношению к *1*:

$$S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \qquad (3.7)$$