примерно 2 *Мэв*, хотя средняя энергия связи на один нуклон (ε) для ядра Be_4^9 равна 6,3 *Мэв*.

Это совершенно естественный результат, так как каждая из таких составных частей ядра является особенно прочно связанной системой и имеет большую энергию связи.

Иногда величина ΔE становится отрицательной. Так, например, средняя энергия связи нуклона в ядре урана U_{92}^{238} равна 7,5 *Мэв*, а энергия связи относительно He_2^4 и Th_{90}^{234}

$$\Delta E_{Th_{90}^{234}+He_2^4} = (M_{Th_{90}^{234}} + M_{He_2^4} - M_{U_{92}^{238}})\, c^2 = -4{,}25 \text{ Мэв}.$$

Это означает, что ядро урана является неустойчивой системой по отношению к распаду на α-частицу и Th_{90}^{234}. И действительно, уран обладает α-активностью. Величину ΔE_{Th+He} можно назвать энергией отделения или энергией связи α-частицы в ядре урана. Можно определить и энергию связи (отделения) нуклона в ядре, которая отличается от средней энергии связи нуклона $\left(\varepsilon = \frac{\Delta E}{A}\right)$. Например, энергия связи нейтрона в ядре ε_n определяется, как

$$\varepsilon_n = [m_n + M_Z^{A-1} - M_Z^A]\, c^2.$$

Это та энергия, которую надо сообщить ядру (A, Z), чтобы отделить от него нейтрон. Наоборот, если соединить ядро M_Z^{A-1} с нейтроном, то такая же энергия ε_n должна выделиться.

Часто вместо энергии связи пользуются величиной, называемой дефектом массы. Дефект массы Δ представляет разность между массой и массовым числом

$$\Delta = M - A.$$

Кроме дефекта массы пользуются так называемым *упаковочным коэффициентом* (или упаковочным множителем)

$$f = \frac{\Delta}{A} = \frac{M - A}{A},$$

представляющим дефект массы на один нуклон.

Величина f не имеет прямого физического смысла и лишь косвенно характеризует энергию связи ядер, однако ее использование упрощает подсчеты энергетического эффекта ядерных реакций (подробнее см. [4]).

§ 5. МАССА И ЭНЕРГИЯ

Так как масса электронов незначительна, то определение масс ядер сводится к определению масс атомов. Как известно из курса атомной физики, массы атомов определяются главным образом масс-спектроскопическими методами [5—6]. Можно определять массу ядер также и по ядерным реакциям; ниже будет рассмотрена эта возможность.

Теперь же разберем вопрос о том, как зависит полная энергия ядра от числа содержащихся в нем нуклонов. Другими словами, получим формулу, описывающую зависимость ε от A, представленную на рис. 7.

Ранее уже говорилось, что из эксперимента вытекают два важных вывода относительно свойств ядерной материи:

1) плотность ядерного вещества постоянна $\rho = \mathrm{const}$, что означает его *несжимаемость*;

2) средняя энергия отделения одной частицы почти постоянна ($\varepsilon \approx \mathrm{const}$).

Оба эти свойства присущи жидкости: жидкость почти несжимаема, ее плотность постоянна. С другой стороны, энергия отделения ε для жидкости соответствует теплоте испарения, которая с большой точностью тоже почти постоянна.

Это дало возможность Н. Бору и Я. И. Френкелю разработать независимо капельную модель ядра, согласно которой атомное ядро представляет собой электрически заряженную каплю несжимаемой ядерной жидкости. Капельная модель ядра позволила объяснить деление ядер, а также общие закономерности в поведении энергии связи как функции A и Z.

В дальнейшем будут описаны и другие модели, которые тоже правильно отображают те или иные свойства ядер. Современный математический аппарат не позволяет дать сколько-нибудь простое и полное квантовомеханическое описание системы, состоящей из Z протонов и $(A—Z)$ нейтронов, связанных специфическими ядерными силами. Поэтому, для того чтобы теоретически объяснить различные свойства ядер, приходится строить модели; их можно считать некоторым грубым приближением к реальному ядру, физику которого нельзя уместить в рамки классических аналогий. Любая классическая модель хорошо описывает лишь часть известных свойств ядер.

Энергия ядра в капельной модели определяется полуэмпирической формулой Вайцзеккера. Поясним ее происхождение используя аналогию с жидкостью и рассматривая ядро как двухкомпонентный раствор протонов и нейтронов.

Ранее было показано, что энергия ядра E меньше суммы энергии покоя входящих в него протонов и нейтронов на величину энергии связи ΔE, которая выделилась при образовании ядра (17).

Найдем зависимость ΔE от массового числа A и атомного номера Z.

а) Если α — средняя энергия связи одной частицы внутри ядра, обусловленная только ядерными силами, то в первом приближении (согласно свойству *2*) полная энергия связи окажется равной αA

$$\Delta E \approx \alpha A \ldots$$

б) Однако, это верно только в предположении, что все нуклоны ядра равноценны, на самом же деле в капле поверхностные частицы притягиваются остальными только с одной (внутренней) стороны и их легче удалить из ядра. В связи с этим энергия связи ядра будет меньше αA на величину, пропорциональную поверхности капли S. Обозначим эту поверхностную энергию E_σ. Считая, что ядро-капля имеет форму шара, а поверхностная энергия, отнесенная к 1 $см^2$, равна σ (и численно равна поверхностному натяжению ядерной жидкости), получим

$$E_\sigma = 4\pi R^2\sigma;$$

поскольку $R = r_0 A^{1/3}$, находим, что

$$E_\sigma = 4\pi\sigma r_0^2 A^{2/3} = \beta A^{2/3}.$$

Величина σ была определена экспериментально по энергии отрыва частицы с поверхности ядра и оказалась равной 10^{20} *эрг/см*^{2} (для сравнения отметим, что у воды $\sigma = 10^2$ *эрг/см*^{2}). Таким образом, из-за энергии поверхностного натяжения величина энергии связи должна быть уменьшена:

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3}.$$

в) Необходимо учесть также электростатическую энергию, которая благодаря кулоновскому отталкиванию протонов тоже уменьшает общую энергию связи. При малом числе протонов в легких ядрах она незначительна, но становится очень существенной для тяжелых ядер.

Причина этого состоит в том, что кулоновские силы обладают значительно бо̀льшим радиусом действия, чем ядерные силы, и каждый протон взаимодействует со всеми остальными протонами внутри ядра. Следовательно, полная энергия E_p, обусловленная кулоновским расталкиванием Z протонов, пропорциональна $Z(Z-1) \approx Z^2$ и обратно пропорциональна радиусу ядра $R = r_0 A^{1/3}$. Обозначим коэффициент пропорциональности γ. Тогда

$$E_p = \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}.$$

Значение γ можно определить, подсчитав среднюю энергию электростатического отталкивания Z протонов ядра. Подсчет, проведенный в предположении равномерного распределения зарядов внутри сферы радиуса R, дает [7]

$$\gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{(Ze)^2}{R},$$

откуда по известному R может быть найден коэффициент γ:

$$\gamma = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{r_0}.$$

Так как кулоновская энергия уменьшает энергию связи, то

$$\Delta E \approx \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3}.$$

г) Наконец, необходимо учесть наблюдаемый экспериментально факт наибольшей устойчивости легких ядер при равенстве числа протонов числу нейтронов ($N=Z$ при заданном A). Он связан с насыщающим характером ядерных сил. Поэтому в формулу надо ввести добавочный член, зависящий от разности ($N-Z$), но симметричный относительно N и Z, т. е. зависящий квадратично от разности ($N-Z$). Этому наилучшим образом удовлетворяет выражение $\zeta\frac{(N-Z)^2}{A}$, которое имеет минимум при $N=Z$ (дифференцируя его по N при $A=\text{const}$ и приравнивая нулю первую производную, получаем $\frac{2\cdot\zeta}{A}(N-Z)=0$).

Тот факт, что тяжелые ядра наиболее устойчивы при $N>Z$, как уже говорилось, связан с кулоновским отталкиванием протонов. Он учитывается членом $\beta Z^2 A^{-1/3}$, поэтому и для тяжелых ядер надо вводить в формулу то же выражение $\zeta\frac{(N-Z)^2}{A}$ (в области больших Z минимум суммы двух членов $Z^2A^{-1/3}+\frac{(N-Z)^2}{A}$ будет достигаться при $N>Z$).

Учет всех перечисленных выше факторов приводит к выражению для ΔE:

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} - \zeta\frac{(N-Z)^2}{A}. \qquad (20)$$

Последний член формулы (20) называется изотопическим и не может быть объяснен с помощью капельной модели.

Для того чтобы формула правильно передавала значения масс всех ядер, в нее надо добавить еще один член — $\delta(A, Z)$.

Он называется *спиновым* членом и отражает тот факт, что ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов. *Спин* — сугубо квантовая характеристика ядра и естественно, что из капельной модели объяснить происхождение спинового члена невозможно. Значение $\delta(A, Z)$ равно:

$$\delta(A, Z) = \begin{cases} +|\delta| & \text{для четно-четных ядер (четные } Z \text{ и четные } N);\\ 0 & \text{для нечетных } A;\\ -|\delta| & \text{для нечетно-нечетных ядер (нечетные } Z \text{ и нечетные } N). \end{cases}$$

Такой вид члена $\delta(A, Z)$ отражает тот факт, что наиболее устойчивыми являются ядра *четно-четные*, а наименее устойчивыми *нечетно-нечетные*. Промежуточные значения энергии связи имеют ядра с нечетным A. Это следует из опытного определения масс.

Окончательно, энергия связи описывается выражением

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} - \zeta \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(A, Z). \qquad (21)$$

Из опыта были определены следующие значения для коэффициентов: $\alpha = 15{,}75$ *Мэв*; $\beta = 17{,}8$ *Мэв*; $\gamma = 0{,}71$ *Мэв*; $\zeta = 22$ *Мэв*; $\delta = 34\, A^{-\frac{3}{4}}$ *Мэв*.

Пользуясь формулой (21), впервые полученной Вайцзеккером, можно вычислять массы всех ядер и их полную энергию:

$$E = Mc^2 = c^2 [Zm_p + (A-Z) m_n] - \alpha A + \beta A^{2/3} +$$
$$+ \gamma Z^2 A^{-1/3} + \zeta \frac{(N-Z)^2}{A} - \delta(A, Z). \qquad (22)$$

Вычисленные значения для масс хорошо совпадают с экспериментальными результатами, например:

Ядро	$E_{выч}$	$E_{эксп}$
Cr_{24}^{52}	51,956	51,959
Mo_{42}^{98}	97,943	97,949
V_{92}^{238}	238,12	238,12

Из этого можно заключить, что капельная модель с поправками на обменный характер ядерных сил более или менее правильно описывает ядро, хотя, конечно, ядро не тождественно капле. Это видно и из того, что ряд характеристик ядра противоречит капельной модели.

Формула Вайцзеккера позволяет объяснить общий вид зависимости ε от A (рис. 7). Объем ядра $V \sim R^3$, тогда как поверхность ядра $S \sim R^2$. Если уменьшать размеры ядер, уменьшая число нуклонов в ядре, то объем ядра будет стремиться к нулю быстрее его поверхности и, следовательно, роль поверхностных эффектов будет возрастать с уменьшением ядра. У очень легких ядер практически все нуклоны находятся на поверхности, а это значит, что ядерные силы не могут проявить себя полностью, и система становится менее устойчивой. Этим объясняется спад кривой слева.

С увеличением размера ядра, т. е. по мере перехода в область бо́льших A (а следовательно, и бо́льших Z) растет число протонов. Энергия кулоновского расталкивания пропорциональна Z^2, а ядерные силы пропорциональны только первой степени A, поэтому роль электростатической энергии растет и энергия связи уменьшается. При некотором значении Z из-за расталкивания протонов стабильные ядра уже не могут существовать. Таким образом, спад кривой справа объясняется ростом сил электростатического отталкивания.

§ 6. СПИН И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЯДРА

Спин ядра. Полный момент количества движения ядра слагается из моментов количества движения, входящих в него протонов и нейтронов. Последние, в свою очередь, обладают собственными моментами количества движения и орбитальными моментами, обусловленными движением относительно общего центра инерции ядра.

Выше уже говорилось, что абсолютная величина собственного момента количества движения нуклона выражается через спиновое квантовое число S с помощью соотношения

$$|\vec{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}.$$

Если система состоит из двух частиц, спины которых равны S_1 и S_2, то собственный момент системы

$$|\vec{S'}| = \hbar\sqrt{S'(S'+1)},$$

где суммарное спиновое число S' может иметь значения [4]

$$S' = S_1 + S_2;\ S_1 + S_2 - 1;\ \ldots |S_1 - S_2|,$$

так что

$$|S_1 - S_2| \leqslant S' \leqslant S_1 + S_2,$$

или векторно

$$\vec{S'} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2.$$

Если в системе имеется большее число частиц, между которыми действуют только центральные силы, то суммарный спиновый момент находится сложением всех векторов:

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \ldots + \vec{S}_A.$$

Орбитальный момент частицы выражается через орбитальное квантовое число l:

$$|\vec{L}| = \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

Сложение орбитальных квантовых моментов в этом случае выполняется совершенно так же, как и спиновых

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots + \vec{L}_A.$$