Однако это искажение во всяком случае настолько мало (вследствие малости γ_{ij}), что непосредственными пространственно-временными измерениями установлено быть не может. Забегая вперед, скажем, что оно физически проявится в виде *поля тяготения*, наблюдаемого в данной системе отсчета x^i. В этом и будет заключаться объяснение явлений тяготения, даваемое общей теорией относительности.

§ 124. Локально галилеевы координаты

Хотя мы и не можем теперь подобрать координат x^i, которые были бы галилеевыми во всем пространстве событий, но можем сделать это для бесконечно малой окрестности любой точки M этого пространства. Для этого мы перейдем в систему координат x^i, геодезическую в данной точке M, т. е. такую, что

$$|\Gamma^k_{ij}|_M = 0. \qquad (124.1)$$

В § 91 было показано, что это можно сделать в любом пространстве аффинной связности без кручения L^0_n, а значит, в частности, и в любом римановом пространстве V_n. Кроме того, будем считать для простоты, что точка M служит началом координат, $x^i_M = 0$. Чтобы этого добиться, достаточно сделать тривиальное преобразование координат x^i, вычитая из них начальные значения x^i_M. Далее, мы будем предполагать, что метрический тензор g_{ij} имеет в точке M «галилеев» вид (123.5):

$$[g_{ij}]_M = \overset{\circ}{g}_{ij}. \qquad (124.2)$$

Этого нетрудно добиться линейным преобразованием геодезических координат

$$x^{i'} = A^{i'}_i x^i,$$

где константы $A^{i'}_i$ подобраны так, чтобы квадратичная форма $[g_{ij}]_M\, dx^i dx^j$ была приведена к виду $\overset{\circ}{g}_{ij} dx^i dx^j$, т. е. к каноническому виду $-dx^{0^2} + dx^{1^2} + dx^{2^2} + dx^{3^2}$. Линейное преобразование не меняет геодезического характера координат (§ 91).

Координаты x^i со свойствами (124.1), (124.2) мы будем называть *локально галилеевыми* в точке M. Значение этих координат заключается в том, что в бесконечно малой окрестности точки M эти координаты приближаются по своим свойствам к галилеевым. В самом деле, в силу (124.1) Γ^k_{ij} остаются в пределах этой окрестности если и не равными нулю, то во всяком случае величинами бесконечно малыми.

Далее, согласно (94.5)

$$[\Gamma_{l,ij}]_M = [g_{kl}\Gamma^k_{ij}]_M = 0,$$

а согласно (94.7)

$$\left[\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^p}\right]_M = [\Gamma_{j,\,pi}]_M + [\Gamma_{i,\,pj}]_M = 0. \qquad (124.3)$$

Это показывает, что значения $[g_{ij}]_M = \overset{\circ}{g}_{ij}$ являются стационарными в точке M, т. е. при смещении в бесконечно близкую точку M' приращения $g_{ij} - \overset{\circ}{g}_{ij}$ будут разлагаться в ряд Тейлора по степеням x^i, начиная со второй степени (члены же первой степени пропадут в силу (124.3)).

Пренебрегая бесконечно малыми 2-го порядка, можно, следовательно, считать, что g_{ij} в бесконечно малой окрестности точки M сохраняют постоянные значения $\overset{\circ}{g}_{ij}$, т. е. именно те, которые они должны были бы иметь в галилеевых координатах.

Таким образом, в бесконечно малой окрестности точки мы в известном смысле получаем возможность вернуться к галилеевым координатам — их роль будут играть локально галилеевы координаты. При этом мы позволим себе рассматривать локально галилеевы координаты не только в бесконечно малой, но и в конечной окрестности точки M. Нужно только брать эту окрестность достаточно малой, чтобы практически — с точки зрения физических приложений — наши локально галилеевы координаты оставались неотличимыми от галилеевых, в частности, *чтобы Γ^k_{ij} оставались в них практически равными нулю.*

В пределах этой окрестности мы возвращаемся (практически) к тому положению, которое существовало в специальной теории относительности. В связи с этим мы придаем локально галилеевым координатам x^0, x^1, x^2, x^3 и прежнее их физическое истолкование как величин ct, x, y, z в некоторой инерциальной системе отсчета. Существенная разница с прежним будет, однако, в том, что это истолкование применимо лишь в некоторой ограниченной пространственно-временной области (и не является совершенно точным, а лишь практически удовлетворительным). Поскольку инерциальные системы отсчета строятся теперь лишь для отдельных малых кусков пространства событий, мы будем называть эти системы *локально инерциальными*.

Таким образом, хотя построение инерциальной системы отсчета (т. е. галилеевых координат) и невозможно для всего пространства событий в целом, но практически возможно для любого отдельного его куска, не слишком большого по размерам. Локально инерциальным системам мы будем приписывать (в пределах области их действия) все те свойства, которыми обладали инерциальные системы в специальной теории относительности. В частности, при условии, что пространственные координаты x, y, z и время t измеряются во всех локально инерциальных системах при помощи одних и тех же единиц измерения, скорость света c будет одинакова во всех этих системах. При переходе от одной локальной инерциальной системы к другой (с общей областью действия) формулы Лоренца применимы так же, как и в специальной теории относительности, и имеют то же физическое истолкование. Позже мы выясним полностью смысл локально инерциальных систем с физической точки зрения. Пока для ориентации в этом вопросе укажем только, что можно представлять себе локально инерциальную систему как свободно летящую в поле тяготения, существующем в данном месте и в данное время. Свободный полет мы понимаем в том смысле, что на систему и на ее отдельные части не действует никаких сил, кроме сил тяготения. При этом в начальный момент системе может быть сообщена какая угодно скорость поступательного движения (заметим, что при наших условиях система не может вращаться: иначе на ее части действовали бы центростремительные силы, препятствующие им «разлететься»). Тогда с точки зрения этой системы, *если она достаточно мала по размерам,* поле тяготения исчезает. Этим обстоятельством и характеризуется локально инерциальная система.

Так, например, с точки зрения свободно летящего космического корабля поле тяготения отсутствует (явление невесомости). Действительно, любой предмет, помещенный в воздухе внутри корабля, будет лететь вместе с ним с одинаковым ускорением, а потому относительно корабля будет оставаться неподвижным. Если сообщить этому предмету толчок, то его движение относительно корабля будет равномерным и прямолинейным. Мы имеем здесь характерный пример локально инерциальной системы. На этом же примере хорошо виден ее именно локальный характер. Действительно, если в летящем космическом корабле удается устранить поле тяготения, то существенную роль играют здесь малые размеры корабля сравнительно, например, с земным шаром. Если бы мы захотели подобрать локально инерциальную систему, охватывающую весь земной шар, то это нам не удалось бы: поле земного тяготения, силы которого направлены в основном радиально к центру земли, нельзя было бы устранить никаким выбором системы отсчета.

Заметим, что хотя в § 123 мы тоже рассматривали координаты x^i, близкие к галилеевым, тем не менее между ними и локально галилеевыми координатами есть принципиальная разница. Эта разница заключается в том, что в случае локально галилеевых координат их отличием от галилеевых практически можно полностью пренебречь; в случае же § 123 этим отличием пренебречь нельзя: хотя оно и мало (в смысле непосредственных пространственно-временных измерений), но не настолько, чтобы не выражаться косвенно в виде весьма заметных физических явлений — явлений тяготения. Разумеется, этот «более удачный» выбор локально галилеевых координат достигается за счет малой области их применения; между тем в § 123 мы рассматривали координаты x^i, пригодные в больших областях пространства событий.

§ 125. Тензор энергии-импульса в общей теории относительности

Распределение и движение энергии и импульса в пространстве описываются в общей теории относительности так же, как и в специальной, симметрическим тензором энергии-импульса:

$$T^{ij} = T^{ij}(x^0,\ x^1,\ x^2,\ x^3). \qquad (125.1)$$

Разница лишь в том, что пространство событий, в котором задается это тензорное поле, уже не псевдоевклидово, а псевдориманово. Мы имели ранее (§ 71) физическое истолкование тензора энергии-импульса в галилеевых координатах: T^{00} — плотность энергии в соответствующей инерциальной системе и т. д.

Такое же истолкование мы приписываем тензору энергии-импульса теперь в локально галилеевых координатах: T^{00} — *плотность энергии* в соответствующей локально инерциальной системе и т. д. Конечно, и в координатах x^i, близких к галилеевым (§ 123), тензор T^{ij} имеет с известным приближением, практически удовлетворительным, то же физическое истолкование. При этом мы считаем, что тензор энергии-импульса T^{ij} учитывает суммарное распределение и движение всех видов энергии и импульса *за исключением энергии и импульса гравитационного происхождения*. Мы выделяем, таким образом, явления тяготения в особый разряд; это связано с тем, что физическое содержание общей теории относительности как раз и сводится к объяснению этих явлений.

Как и в специальной теории относительности, мы требуем, чтобы тензор T^{ij} был подчинен закону сохранения энергии-импульса. Этот закон в *специальной теории относительности* в галилеевых координатах имел вид (72.13):

$$\frac{\partial T^{ij}}{\partial x^i} = 0 \quad (j = 0,\ 1,\ 2,\ 3). \qquad (125.2)$$

Если бы мы захотели записать его в виде, пригодном для любой координатной системы, то нам пришлось бы заменить частные производные абсолютными:

$$\nabla_i T^{ij} = 0. \qquad (125.3)$$

Действительно, в такой записи мы получаем инвариантное соотношение, так как оно выражает обращение в нуль некоторого тензора.

В общей теории относительности мы не имеем в своем распоряжении галилеевых координат и *накладываем поэтому на тензор* T^{ij}