

$= 7,44$ кОм, отсюда $R_3 = R_4 = 15$ кОм. Из заданного значения f_0 находим значения емкостей $C_1 = C_2 = C$, $f_0 = 1/(2\pi RC)$, отсюда

$$C = \frac{1}{2\pi R f_0} = \frac{1}{6,28 \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3} = 10^{-9} \text{ Ф} = 0,001 \text{ мкФ}.$$

7.9. Определить максимальный температурный диапазон работы избирательного усилителя на основе широкополосного усилителя с положительной обратной связью, выполненной в виде последовательно-параллельной RC-цепи. Добротность усилителя $Q_{\text{экв}} = 5$, температурная нестабильность коэффициента усиления широкополосного усилителя $\Delta K/(K \Delta T) = 0,005 \text{ град}^{-1}$.

Ответ: 14 град.

§ 7.4. АКТИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Активным фильтром в настоящее время обычно называют схему, состоящую из резисторов, конденсаторов и активных элементов, рассчитанную на пропускание сигналов в определенной полосе частот и подавление сигналов за пределами этой полосы. Характерной особенностью активных фильтров является отсутствие индуктивностей и использование в качестве активных элементов операционных усилителей. Различают фильтры нижних частот (рис. 7.19), верхних частот (рис. 7.20) и полосовые фильтры (рис. 7.21). На этих рисунках сплошными линиями изображены идеальные характеристики фильтров. Пунктирные линии показывают отклонение реальных характеристик от идеальных. Основными параметрами фильтров нижних и верхних частот являются частота среза f_0 , коэффициент передачи в полосе пропускания K_0 , наклон АЧХ в полосе ограничения n и неравномерность АЧХ в полосе пропускания. Для

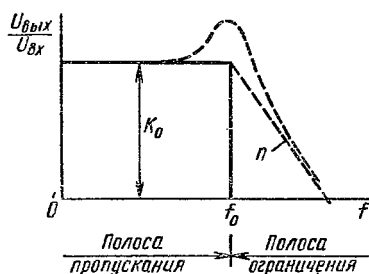


Рис. 7.19

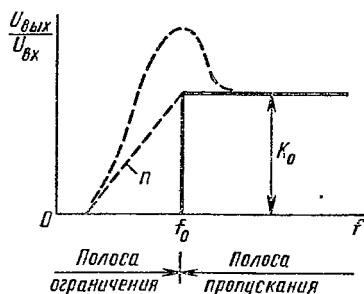


Рис. 7.20

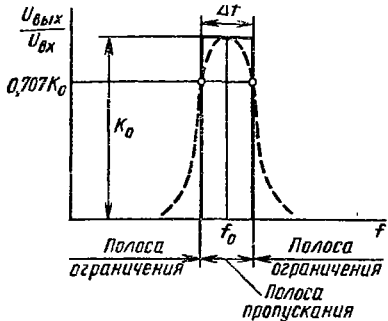


Рис. 7.21

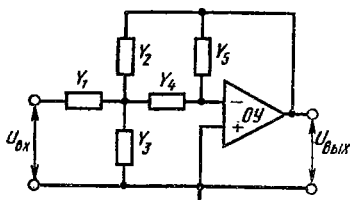


Рис. 7.22

полосовых фильтров по аналогии с избирательными усилителями вводят понятие добротности Q и усиления K_0 на частоте f_0 .

Остановимся на наиболее часто используемых схемах активных фильтров. На рис. 7.22 приведена структурная схема фильтра с многопетлевой обратной связью, позволяющая реализовать фильтры нижних и верхних частот второго порядка ($n = 40$ дБ/дек). Каждый пассивный двухполюсный элемент в этой схеме может быть либо резистором, либо конденсатором.

Передаточная функция для данной схемы имеет вид

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-Y_1 Y_4}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_2 Y_4}. \quad (7.20)$$

Для того чтобы схема на рис. 7.22 осуществляла фильтрацию нижних частот, передаточную функцию (7.20) необходимо привести к передаточной функции, соответствующей низкочастотному звену второго порядка:

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-H \omega_0^2}{p^2 + \alpha \omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (7.21)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$, $H = K_0$.

Сравнивая выражения (7.20) и (7.21), нетрудно заметить, что, для того чтобы числитель не был функцией p , в качестве Y_1 и Y_4 должны использоваться резистивные проводимости; для того чтобы получить член с p^2 в знаменателе, в качестве Y_3 и Y_5 должны использоваться емкостные проводимости; для того чтобы получить в знаменателе член, независимый от p , в качестве Y_2 должна использоваться резистивная проводимость.

Итак, однозначно определяются пассивные элементы схемы на рис. 7.22: $Y_1 = 1/R_1$, $Y_2 = 1/R_2$, $Y_3 = pC_1$, $Y_4 = 1/R_3$, $Y_5 = pC_2$.

Схема полученного фильтра нижних частот приведена на рис. 7.23. Передаточная функция имеет вид

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-1/(R_1 R_3)}{p^2 C_1 C_2 + p C_2 (1/R_1 + 1/R_3 + 1/R_2) + 1/(R_2 R_3)}. \quad (7.22)$$

Сравнивая последнее выражение с (7.21), получаем соотношения, необходимые для расчета фильтра:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}}, \quad K_0 = H = -R_2/R_1, \quad n = -40 \text{ дБ/дек}, \quad (7.23)$$

$$\alpha = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1} \sqrt{\frac{C_2}{C_1 R_2 R_3}}.$$

В том случае, если $C_1 = C_2 = C$ и $R_2 = R_3 = R$, последние формулы упрощаются:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad K_0 = -\frac{R}{R_1}, \quad \alpha = \frac{2R_1 + R}{R_1}. \quad (7.24)$$

В случае максимально плоской характеристики $\alpha = \sqrt{2}$. Однако для рассматриваемой схемы при $R_2 = R_3 = R$ можно получить $\alpha \geq 2$, а при $R_1 = R$ имеем $\alpha = 3$. При таких значениях α АЧХ фильтра не имеет подъемов на частотах, близких к f_0 .

Значение $\alpha = \sqrt{2}$ можно получить лишь при $R_1 \neq R_2 \neq R_3$; чтобы каждый раз не решать довольно сложную систему алгебраических уравнений, можно привести ее решение в общем виде. Для этого, задавшись значением емкости C_2 , находят вспомогательный коэффициент $K = 2\pi f_0 C_2$ и через него, а также через величины f_0 , α и H выражают величины остальных элементов схемы фильтра:

$$C_1 = \frac{4}{\alpha} (H + 1) \frac{K}{2\pi f_0}, \quad R_1 = \frac{\alpha}{2HK}, \quad R_2 = \frac{\alpha}{2K}, \quad R_3 = \frac{\alpha}{2(H + 1)K}. \quad (7.25)$$

Если поменять местами емкости и сопротивления в схеме на рис. 7.23, то получим фильтр верхних частот, схема которого приведена на рис. 7.24. Передаточная функция для этой схемы

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-p^2 C_1 C_3}{p^2 C_2 C_3 + p(C_1/R_2 + C_2/R_2 + C_3/R_3) + 1/(R_1 R_2)}. \quad (7.26)$$

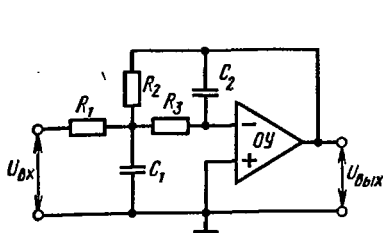


Рис. 7.23

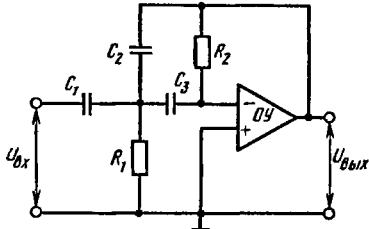


Рис. 7.24

Сравнивая последнее выражение с выражением для высокочастотного звена второго порядка

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-Hp^2}{p^2 + \alpha\omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (7.27)$$

получим

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_2 C_3 R_1 R_2}}, \quad K_0 = H = -C_1/C_2, \quad n = 40 \text{ дБ/дек},$$

$$\alpha = (C_1 + C_2 + C_3)\sqrt{R_1/(R_2 C_2 C_3)}. \quad (7.28)$$

В том случае, если $C_2 = C_3 = C$ и $R_1 = R_2 = R$, получим

$$f_0 = 1/(2\pi RC), \quad K_0 = -C_1/C, \quad \alpha = 2 + C_1/C_2. \quad (7.29)$$

Для реализации максимально плоской характеристики ($\alpha = \sqrt{2}$) следует задаться значениями $C_1 = C_3 = C$, вычислить $K = 2\pi f_0 C$ и найти остальные элементы фильтра по следующим формулам:

$$C_2 = \frac{C}{H}, \quad R_1 = \frac{2}{K(2 + 1/H)}, \quad R_2 = \frac{H(2 + 1/H)}{\alpha K}. \quad (7.30)$$

Схема полосового фильтра, построенного на основе рассматриваемой структуры, имеет вид, приведенный на рис. 7.25. Для этой схемы передаточная функция

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-pC_2/R_1}{p^2 C_1 C_2 + p(C_1/R_3 + C_2/R_3) + (R_1 + R_2)/(R_1 R_2 R_3)}. \quad (7.31)$$

Сравнивая (7.31) с выражением для полосового звена второго порядка

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{-Hp\omega_0}{p^2 + \alpha p\omega_0 + \omega_0^2}, \quad (7.32)$$

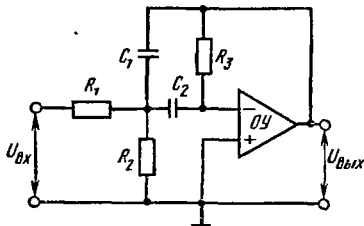


Рис. 7.25

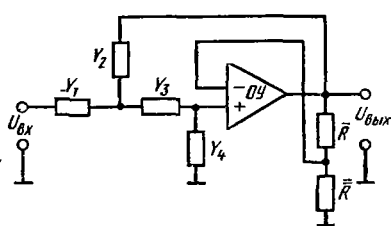


Рис. 7.26

получим

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}, \quad K_0 = \frac{H}{\alpha} = \frac{-R_3 C_2}{(C_1 + C_2) R_1}, \quad (7.33)$$

$$Q = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_1 + C_2} \sqrt{\frac{C_1 C_2 R_3 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}.$$

В том случае, если $C_1 = C_2 = C$ и $R_3 = R_1 \parallel R_2 = R$, имеем

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad K_0 = -\frac{R}{2R_1}, \quad Q = \frac{1}{2}. \quad (7.34)$$

Отсюда ясно, что для получения больших значений добротности значения R_1 , R_2 , R_3 должны быть по возможности разнесены. Порядок расчета фильтра с заданной добротностью таков. Выбираем величину $C_1 = C_2 = C$, определяем коэффициент $K = 2\pi f_0 C$ и находим остальные элементы схемы по формулам

$$R_1 = 1/(HK), \quad R_2 = \frac{1}{(2Q - H)K}, \quad R_3 = 2Q/K. \quad (7.35)$$

На рис. 7.26 приведена структурная схема фильтра на основе усилителя с конечным усилением. В качестве усилителя с конечным усилением используют ОУ с отрицательной обратной связью на резисторах \bar{R} и \bar{R} . Аналогично первой схеме (см. рис. 7.22), каждый пассивный двухполюсный элемент здесь может быть либо резистором, либо конденсатором. Передаточная функция в общем виде такова:

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{\bar{K} Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2)(Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4 - \bar{K} Y_2 Y_3}, \quad (7.36)$$

где $\bar{K} = 1 + \bar{R}/\bar{R}$ — коэффициент усиления усилителя с конечным усилением.

На основании аналогичных рассуждений можно показать, что фильтр нижних частот получается из структурной схемы на

рис. 7.26, если в качестве Y_1 и Y_3 использовать резистивные проводимости, а в качестве Y_2 и Y_4 — емкостные проводимости, т. е. $Y_1 = 1/R_1$, $Y_2 = pC_1$, $Y_3 = 1/R_2$ и $Y_4 = pC_2$. Схема полученного фильтра нижних частот приведена на рис. 7.27. Передаточная функция имеет вид

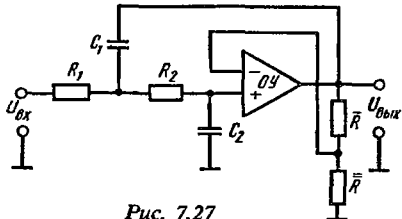


Рис. 7.27

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{\bar{K}/R_1 R_2}{p^2 C_1 C_2 + p[(C_2/R_1) + (C_2/R_2) + (C_1/R_2)(1 - \bar{K})] + 1/(R_1 R_2)} \quad (7.37)$$

Сравнивая последнее выражение с (7.21), получаем соотношения, необходимые для расчета фильтра:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \quad K_0 = H = \bar{K} = 1 + \frac{\bar{R}}{R}, \quad n = -40 \text{ дБ/дек}, \quad (7.38)$$

$$\alpha = [(C_2/R_1) + (C_2/R_2) + (C_1/R_2)(1 - \bar{K})] \sqrt{\frac{R_1 R_2}{C_1 C_2}}$$

Если $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$, последние формулы упрощаются:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi CR}, \quad \alpha = 3 - \bar{K}. \quad (7.39)$$

Видно, что в фильтре нижних частот по схеме рис. 7.27 при $R_1 = R_2 = R$ можно получить значение $\alpha = \sqrt{2}$, т. е. добиться максимально плоской характеристики. При $\bar{K} \rightarrow 3$ значение $\alpha \rightarrow 0$, т. е. усиление на частоте f_0 стремится к бесконечности и фильтр возбуждается. Последнее свойство является недостатком рассматриваемой схемы.

Рекомендуется следующий порядок расчета с заданной величиной α . Выбираем значение C_1 и определяем вспомогательный коэффициент $K = 2\pi f_0 C_1$. Затем вычисляем коэффициент $m = \alpha^2/4 + (\bar{K} - 1)$ и находим остальные элементы схемы фильтра:

$$C_2 = mK/(2\pi f_0), \quad R_1 = 2/(\alpha K), \quad R_2 = \alpha/(2mK). \quad (7.40)$$

Сопротивления резисторов \bar{R} и \bar{R} выбирают из условий $\bar{R} \parallel \bar{R} = R_1 + R_2$ и $1 + \bar{R}/\bar{R} = \bar{K}$.

Если поменять местами емкости и сопротивления в схеме на рис. 7.27, то получим фильтр верхних частот, схема которого приведена на рис. 7.28. Передаточная функция этого фильтра имеет вид

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{\bar{K} p^2 C_1 C_2}{p^2 C_1 C_2 + p [(C_2/R_2) + (C_1/R_2) + (C_2/R_1)(1 - \bar{K})] + 1/(R_1 R_2)} \quad (7.41)$$

Сравнивая это выражение с (7.27), получаем необходимые соотношения для расчета фильтра:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \quad K_0 = H = \bar{K} = 1 + \frac{\bar{R}}{\bar{R}}, \quad n = 40 \text{ дБ/дек}, \quad (7.42)$$

$$\alpha = [(C_2/R_2) + (C_1/R_2) + (C_2/R_1)(1 - \bar{K})] \sqrt{\frac{R_1 R_2}{C_1 C_2}}$$

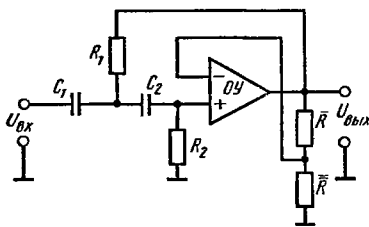


Рис. 7.28

При $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$ получаем

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad \alpha = 3 - \bar{K},$$

т. е. такие же выражения, как и для фильтра нижних частот. Чтобы реализовать максимально плоскую характеристику ($\alpha = \sqrt{2}$), выбираем $C_1 = C_2 = C$, определяем величину

$K = 2\pi f_0 C$ и находим параметры

$$R_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(\bar{K} - 1)}}{4K}, \quad R_2 = \frac{4}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(\bar{K} - 1)}} \frac{1}{K} \quad (7.43)$$

Полосовой фильтр, построенный по рассматриваемой структурной схеме, приведен на рис. 7.29. Для полосового фильтра

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{\bar{K} p C_1 / R_1}{p^2 C_1 C_2 + p [(C_1/R_3) + (C_1 + C_2)/R_1 + \dots] \dots \rightarrow}$$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \dots + (C_2/R_2) + (C_1/R_2)(1 - \bar{K}) + (1/R_3)[(R_1 + R_2)/(R_1 R_2)] \quad (7.44)$$

Сравнивая это выражение с (7.32), получаем необходимые для расчета соотношения

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}, \quad K_0 = \frac{H}{\alpha} = \frac{\bar{K} C_1}{R_1 a},$$

$$Q = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{(R_1 + R_2) C_1 C_2}{R_1 R_2 R_3} \frac{1}{a}}, \quad (7.45)$$

где $a = (C_1/R_3) + (C_1 + C_2)/R_1 + (C_2/R_2) + (C_1/R_2)(1 - \bar{K})$.

Из последней формулы следует, что при $\alpha \rightarrow 0$ добротность полосового фильтра стремится к бесконечности, т. е. очень сильно зависит от изменений коэффициента \bar{K} . Поэтому такая схема используется лишь для фильтров с небольшими значениями добротности $Q \approx 10 \div 15$.

Рекомендуется следующий порядок расчета фильтра при заданной добротности. Выбираем величину C_1 и определяем вспомогательный коэффициент $K = 2\pi f_0 C_1$. Затем вычисляем значения $C_2 = 0,5C_1$, $R_1 = 2/K$, $R_2 = 2/(3K)$, $R_4 = 4/K$ и $\bar{K} = (6,5 - 1/Q)/3$.

Мерой качества фильтра, т. е. способности сохранять неизменными АЧХ и ФЧХ при различных внешних факторах, является чувствительность его параметров к изменению номиналов пассивных и активных элементов. Обозначим какую-либо функцию фильтра через w , а через x — какой-либо из его параметров, тогда чувствительность определяется следующей формулой:

$$S_x^w = \frac{dw/w}{dx/x}, \quad (7.46)$$

т. е. показывает, во сколько раз относительное изменение функции будет больше относительного изменения параметра. При разработке фильтров стремятся значение чувствительности сделать меньше единицы. Для фильтра нижних частот (см. рис. 7.23) можно выделить функции f_0 , K_0 и α , а также параметры R_1 , R_2 , R_3 и C_1 , C_2 . Пользуясь формулой чувствительности, нетрудно найти сле-

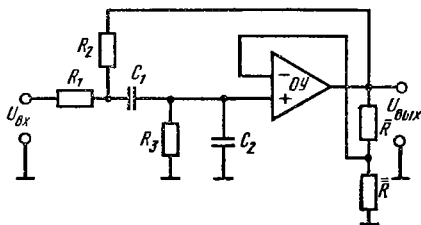


Рис. 7.29

дующие выражения:

$$S_{R2}^{f_0} = S_{R3}^{f_0} = S_{C1}^{f_0} = S_{C2}^{f_0} = -\frac{1}{2}; \quad S_{R2}^{K_0} = -S_{R1}^{K_0} = 1; \quad S_{C2}^{\alpha} =$$

$$= -S_{C1}^{\alpha} = \frac{1}{2};$$

$$S_{R1}^{\alpha} = \frac{1}{2\pi f_0 \alpha R_1 C_1}; \quad S_{R2}^{\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi f_0 \alpha R_2 C_1}; \quad S_{R3}^{\alpha} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi f_0 \alpha R_3 C_1}.$$

Аналогично получаются выражения чувствительностей для всех остальных рассматриваемых схем фильтров.

До сих пор при рассмотрении активных фильтров считалось, что параметры ОУ не оказывают влияния на работу фильтра. В действительности при расчете схем фильтров следует учитывать конечные значения $R_{\text{вх ОУ}}$, $R_{\text{вых ОУ}}$ и полосы пропускания ОУ. Так, номиналы резисторов в схемах фильтров должны удовлетворять очевидным неравенствам:

$$R_{\min} \geq 10R_{\text{вых ОУ}}, \quad R_{\max} \leq R_{\text{вх ОУ}}/10. \quad (7.47)$$

Номиналы емкостей, с одной стороны, должны быть значительно больше паразитных емкостей в схеме фильтра. С другой стороны, эти емкости не должны быть слишком большими, так как при этом увеличиваются габариты устройства и потери в конденсаторах. Для фильтров нижних частот частота единичного усиления ОУ должна удовлетворять неравенству

$$f_{\text{тОУ}} \geq f_0 K_0; \quad (7.48)$$

для фильтров верхних частот неравенство оказывается еще более жестким:

$$f_{\text{тОУ}} \geq 100f_0 K_0. \quad (7.49)$$

Для полосовых фильтров можно воспользоваться неравенством (7.48).

ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

7.10. Рассчитать фильтр нижних частот с максимально плоской характеристикой по следующим данным: $f_0 = 10$ кГц, $K_0 \geq 10$, $n = -40$ дБ/дек.